

Energi Norge AS

# Hensfoss

## Probabilistiske beregninger av lamelldam



Oppdragsnr.: 5176946 Dokumentnr.: 1 Versjon: B03  
2018-10-31

<b>Oppdragsgiver:</b>	Energi Norge AS
<b>Oppdragsgivers kontaktperson:</b>	Johnny Bruheim
<b>Rådgiver:</b>	Norconsult AS, Vestfjordgaten 4, NO-1338 Sandvika
<b>Oppdragsleder:</b>	Vidar Gullaug
<b>Utført av:</b>	Tor K. Sandaker
<b>Andre nøkkelpersoner:</b>	Markus Løken, Teodor Heggelund

## Sammendrag

### **Generelt**

Delprosjektet «Evaluering av eksisterende dammer» er i regi av Energi Norges et underprosjekt av «Damsikkerhet i et helhetlig perspektiv». Det overordnede prosjektet ble startet for ca. to år siden og skal avsluttes i 2018. Energi Norge bidrar med midler til dameiere som ønsker å delta i prosjektet mht. konkrete vurderinger av sikkerhet for aktuelle damkonstruksjoner. Glitre Energi har i denne forbindelse forespurt Norconsult om å utføre ikke-deterministiske beregninger etter probabilistiske metoder av lamelldammen ved Hensfoss kraftverk.

Dette notatet oppsummerer de probabilistiske beregningene som er utført for lamelldammen. Beregningene er utført som et alternativ til tradisjonelle beregningsmetoder som baserer seg på retningslinjer fra NVE etter tradisjonelle deterministiske metoder iht. gjeldende standarder. Ved probabilistisk analyse beregnes pålitelighetsindeksen  $\beta$  som er relatert til dammens sannsynlighet for brudd mht. glidning og velting..

### **Pålitelighetsindeks**

Det er i Norge ikke etablert noe system for de ulike bruddkonsekvensklassene mht. krav til minste pålitelighetsindeks, det vises derfor i denne rapporten til Energiforsk i Sverige der dette er etablert iht. deres klassifiseringssystem for dammer. Eurokoden for pålitelighet, NS-EN 1990, omtaler pålitelighetsindeksen i informative vedlegg med forslag til minste verdier avhengig av pålitelighetsklasse og grensetilstand. En sammenligning mellom beregnet pålitelighetsindeks og sikkerhetsnivået utregnet basert på tradisjonelle beregningsmetoder etter partialkoeffisientmetoden (deterministiske metoder) kan gi sprikende og gi lite konsistente svar.

Det konkluderes med at det i Norge bør arbeides med å etablere forslag til akseptkriterier for pålitelighetsindeksen  $\beta$  tilpasset NVE sin klassifisering av dammer i ulike bruddkonsekvensklasser.

### **Beregningsmetode**

De numeriske analysene er å betrakte som en komplett/fullstendig pålitelighetsanalyse og er basert på Monte Carlo simuleringer. Metoder med bruk av lineariserte tilnærminger er ikke benyttet, dvs. antall utvalgte parametersett (beregninger) tilfredsstillende kravet til en komplett probabilistisk beregning etter Monte Carlo Metode (MCM / MCS).

### **Beregningsresultater**

Beregningene utført for lamelldammen ved Dam Hensfoss er delvis basert på resultater fra målinger gjort på stedet samt ved kvalifisert vurdering av parametere basert på litteratursøk og bruk av de mest anerkjente publikasjonene innen probabilistiske beregningsmetoder.

### **Glidning**

For glidning er størst utnyttelse (dvs. minste  $\beta$ -verdi) beregnet for lasttilfellet HRV & is der pålitelighetsindeksen  $\beta$  er beregnet til 3,1 noe som gir en sannsynlighet for brudd  $P_f$  lik  $0,95 \cdot 10^{-3}$ . Sannsynligheten

for glidning (brudd) burde vært i størrelsesorden ned mot  $10^{-6}$  for denne type dammer. Beregningene indikerer at dammen i området der høyden på vannsiden er ca. 8 m, er ustabil mht. sikkerhet mot glidning.

Vurdering av sensitivitet for lasttilfellet HRV & is viser at vannstand, damhøyde og friksjonsvinkel alle er parametere som i stor grad påvirker sikkerheten mot glidning sammenlignet med øvrige parametere som inngår i beregningene.

Tilleggsvurderinger viser bedre resultater mht. sikkerhet mot glidning når fjellbolter eller kohesjon inkluderes i beregningene. Inklusive fjellbolter med spenning  $180 \text{ N/mm}^2$  oppnås en pålitelighetsindeks på 3,9 tilsvarende en sannsynlighet for glidning på ca.  $0,59 \cdot 10^{-4}$ . Inklusive kohesjon på  $100 \text{ kPa}$  oppnås en sikkerhet mot glidning på  $\beta = 7,1$  hvilket gir en sannsynlighet for brudd helt ned mot  $10^{-12}$ .

#### *Velting*

Høyest sannsynlighet for velting er også beregnet for lasttilfellet HRV & is.  $\beta$ -verdien er beregnet til 4,9. Sannsynlighet for brudd  $P_f$  er beregnet til  $0,72 \cdot 10^{-6}$ . Dette viser at sikkerhet mot velting er tilfredsstillende vurdert ut fra damklasse.

Vurdering av sensitivitet for HRV & is viser at damhøyde og vannstand utgjør de mest sensitive parameterne.

## Summary in English

### **General**

The subproject «Evaluation of existing dams» is a project directed by Energy Norway as a subproject of «Dam safety in a comprehensive perspective». The project started for approximately two years ago and will end in 2018. Energy Norway contributes funds to dam owners who wish to participate in the project about concrete assessments of safety for relevant dam structures. In this connection, Glitre Energy has requested Norconsult to perform non-deterministic calculations based on probabilistic methods of the lamellae dam at the Hensfoss power plant.

This note summarizes the probabilistic calculations performed for the lamella dam. The calculations are performed as an alternative to traditional calculation methods based on NVE guidelines according to traditional deterministic methods in accordance with applicable standards. In probabilistic analysis, the reliability index  $\beta$  which is related to the probability of failure due to sliding or overturning.

### **Reliability index**

There is no system in place in Norway for the different failure consequence classes regarding requirements for the target reliability index. Ref. is made to Energiforsk in Sweden where this is established in accordance with their classification system for dams. The Eurocode Basis of structural design, NS-EN 1990, reviews the Reliability Index in informative annexes which includes suggested target index depending on reliability class and limit state. A comparison between the calculated reliability index and the level of security calculated based on traditional calculation methods by the partial coefficient method (deterministic methods) can be splendid and give inconsistent results.

In conclusion efforts should be made to establish acceptance criteria for the reliability index  $\beta$  adapted to NVE's classification of dam structures for the different dam consequence classes in Norway.

### **Calculation method**

The numerical analyses derived are considered to utilize a complete reliability analysis and are based on Monte Carlo simulations. Methods using linearized approaches are not used, i.e. the number of selected parameter sets (calculations) satisfies the requirement for a complete probabilistic calculation by Monte Carlo Method (MCM / MCS).

### **Calculation results**

The calculations performed for the lamellae dam at Dam Hensfoss are partly based on results from on-site measurements as well as by qualified assessment of parameters based on literature searches and the use of the most recognized publications in probabilistic calculation methods.

#### **Sliding**

For sliding, the largest probability of failure (i.e. minimum  $\beta$  value) is calculated for the load combination HRV and ice. The reliability index  $\beta$  is 3,1 which gives a probability of failure  $P_f$  equal to  $0,95 \cdot 10^{-3}$ . The likelihood of sliding should have been in the order of  $10^{-6}$  for this type of dam. The calculations indicate that the dam in the area where the height of the water side is approx. 8 m, is unstable with respect to safety against sliding.

Assessment of sensitivity to load case HRV and ice shows that water level, dam height and friction angle all are parameters which greatly affect safety against slip compared with other parameters included in the calculations.

Additional assessments show better results regarding safety against sliding when bolts and/or cohesion are included in the calculations. Including rock bolts with a tension capacity of 180 N/mm<sup>2</sup>, a reliability index of

3,9 is obtained, corresponding to a probability of sliding of approx.  $0.59 \cdot 10^{-4}$ . Including a cohesion of 100 kPa, a resistance against sliding  $\beta = 7,1$  is obtained which gives a probability of failure  $10^{-12}$ .

*Overturning*

Also, for overturning the largest probability of failure is calculated for the load HRV and ice. The  $\beta$  value is calculated to 4,9 and probability of failure  $P_f$  is estimated at  $0,72 \cdot 10^{-6}$ . This shows that safety against overturning is satisfactorily evaluated.

Sensitivity assessment for HRV and ice shows that dam height and water level make up the most sensitive parameters.

Versjon	Dato	Beskrivelse	Utarbeidet	Fagkontrollert	Godkjent
B03	2018-10-31	Endelig rapport	tkS	haekl	vg
B02	2018-10-11	For kommentar	tkS	malok	vg
A01	2018-03-05	Intern kontroll	tkS	vg	vg

*TMS. Hækl VG*

Dette dokumentet er utarbeidet av Norconsult AS som del av det oppdraget som dokumentet omhandler. Opphavsretten tilhører Norconsult. Dokumentet må bare benyttes til det formål som oppdragsavtalen beskriver, og må ikke kopieres eller gjøres tilgjengelig på annen måte eller i større utstrekning enn formålet tilsier.

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>Referanser</b>	<b>8</b>
<b>3</b>	<b>Hensfoss kraftstasjon</b>	<b>9</b>
3.1	Kraftverket generelt	9
3.2	Hensfoss dam	9
3.3	Lamelldam	10
<b>4</b>	<b>Pålitelighetsanalyser</b>	<b>12</b>
4.1	Probabilistiske tilnærminger	12
4.2	Nivåer av metoder for pålitelighetsberegninger	13
4.3	Simuleringsmetoder	15
4.3.1	Analytiske metoder	15
4.3.2	Monte Carlo Metode (MCM eller MCS)	16
4.3.3	Sensitivitet	16
<b>5</b>	<b>Beregningsforutsetninger</b>	<b>17</b>
5.1	Sikkerhet mot glidning og velting	17
5.1.1	Glidning	17
5.1.2	Velting	18
5.2	Metode	18
5.2.1	Fordelingsfunksjoner	18
5.3	Valg av parametere	19
5.4	Beregningsmodell	20
5.4.1	Geometri	21
5.4.2	Materialer	21
5.4.3	Elementinndeling	21
5.4.4	Randbetingelser	22
5.4.5	Laster	23
<b>6</b>	<b>Resultater</b>	<b>24</b>
6.1	Generelt	24
6.2	Beregning av pålitelighetsindeks	24
6.3	Sensitivitet	25
6.3.1	Influensfaktor HRV	25
6.3.2	Influensfaktor HRV & is	26
6.4	Spredningsplott for glidning	27

---

6.5	Spredningsplott for velting	29
<b>7</b>	<b>Kontroll</b>	<b>30</b>
Vedlegg A	Valg av parametere	33
Vedlegg B	Tolking av data for vannføring	41
Vedlegg C	Kontroll	44
Vedlegg D	Statistikk, pålitelighet og sensitivitet	47



# 1 Innledning

Rapporten omfatter probabilistiske beregninger av lamelldammen ved Hensfoss kraftverk nord for Hønefoss i Buskerud fylke. Beregningene er utført som et alternativ til tradisjonelle beregningsmetoder som baserer seg på retningslinjer fra NVE etter tradisjonelle deterministiske metoder iht. gjeldende standarder.

Ved probabilistisk analyse beregnes pålitelighetsindeksen  $\beta$  som uttrykk for dammens samlede sannsynlighet mot brudd mht. glidning og velting. Denne sammenlignes med sikkerhetsnivået utregnet basert på tradisjonelle beregningsmetoder etter partialkoeffisientmetoden (deterministiske metoder).

# 2 Referanser

- Ref. /1/ NS-EN 1990:2002+NA:2016 Eurokode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner
- Ref. /2/ NS-EN 1992-1-1:2008+NA:2010 Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger
- Ref. /3/ Retningslinjer for betongdammer, Utgave 2 – oktober 2005, Norges vassdrags- og energidirektorat
- Ref. /4/ Retningslinjer for laster og dimensjonering, Utgave 1 – 15.12.2003
- Ref. /5/ Probabilistic model code for concrete dams. Report 2016:292. Energiforsk, Sweden. ISBN 978-91-7673-292-2
- Ref. /6/ Sannolikhetsbasert bedømmning av betongdammars stabilitet. Report 2016:291. Energiforsk, Sweden. ISBN 978-91-7673-291-5
- Ref. /7/ Joint Committee on structural Safety – JCSS Probabilistic Model Code – Part I, Part II, Part III, Examples, OSTL/DIA/VROU -10-11-2000
- Ref. /8/ Damsikkerhet i et helhetlig perspektiv – «State-of-the-art» om risikovurdering for dammer sett i et nasjonalt og internasjonalt perspektiv. Dok. Nr. 20150624-01-R, Rev.nr. 0/2016-07-01. NGI og Energi Norge.
- Ref. /9/ Damsikkerhet i et helhetlig perspektiv, delprosjekt: Anvendelse av risikovurdering i norsk damsikkerhetsarbeid. Teknisk notat, NGI, Energi Norge. 2016-08-01
- Ref. /10/ Foreningen til Begnavassdragets regulering. Flomberegninger Begnavassdraget. Norconsult 2012-11-28
- Ref. /11/ Abaqus CAE 2016, Dassault Systèmes, [www.3DS.com](http://www.3DS.com)
- Ref. /12/ Global Sensitivity Analysis - The Primer. A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana and S. Tarantola © 2008 John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 978-0-470-05997-5
- Ref. /13/ EPA United States Environmental Protection Agency – Guidance on the Development, Evaluation, and Application of Environmental Models, EPA/100/K-09/003 I March 2009, [www.epa.gov/crem](http://www.epa.gov/crem)

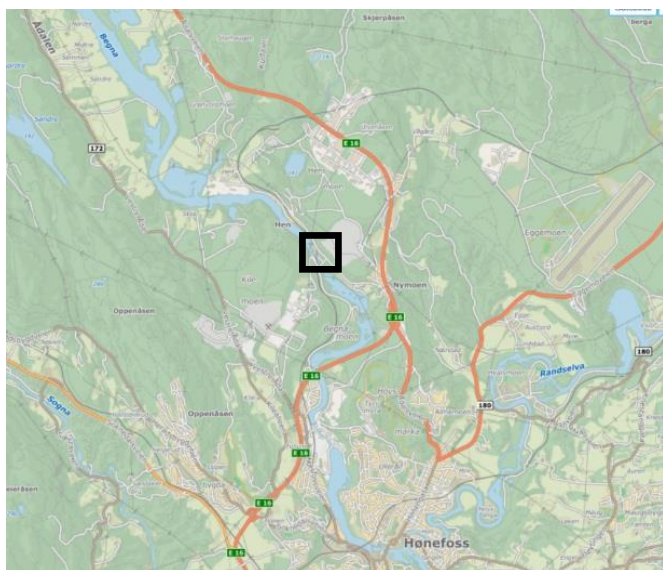


## 3 Hensfoss kraftstasjon

### 3.1 Kraftverket generelt

Hensfoss kraftverk er et elvekraftverk i Ringerike kommune, Buskerud. Kraftverket ligger ca. 5 km nord for Hønefoss og ble bygget i perioden 1946 - 1950. Eier er Glitre Energi Produksjon AS.

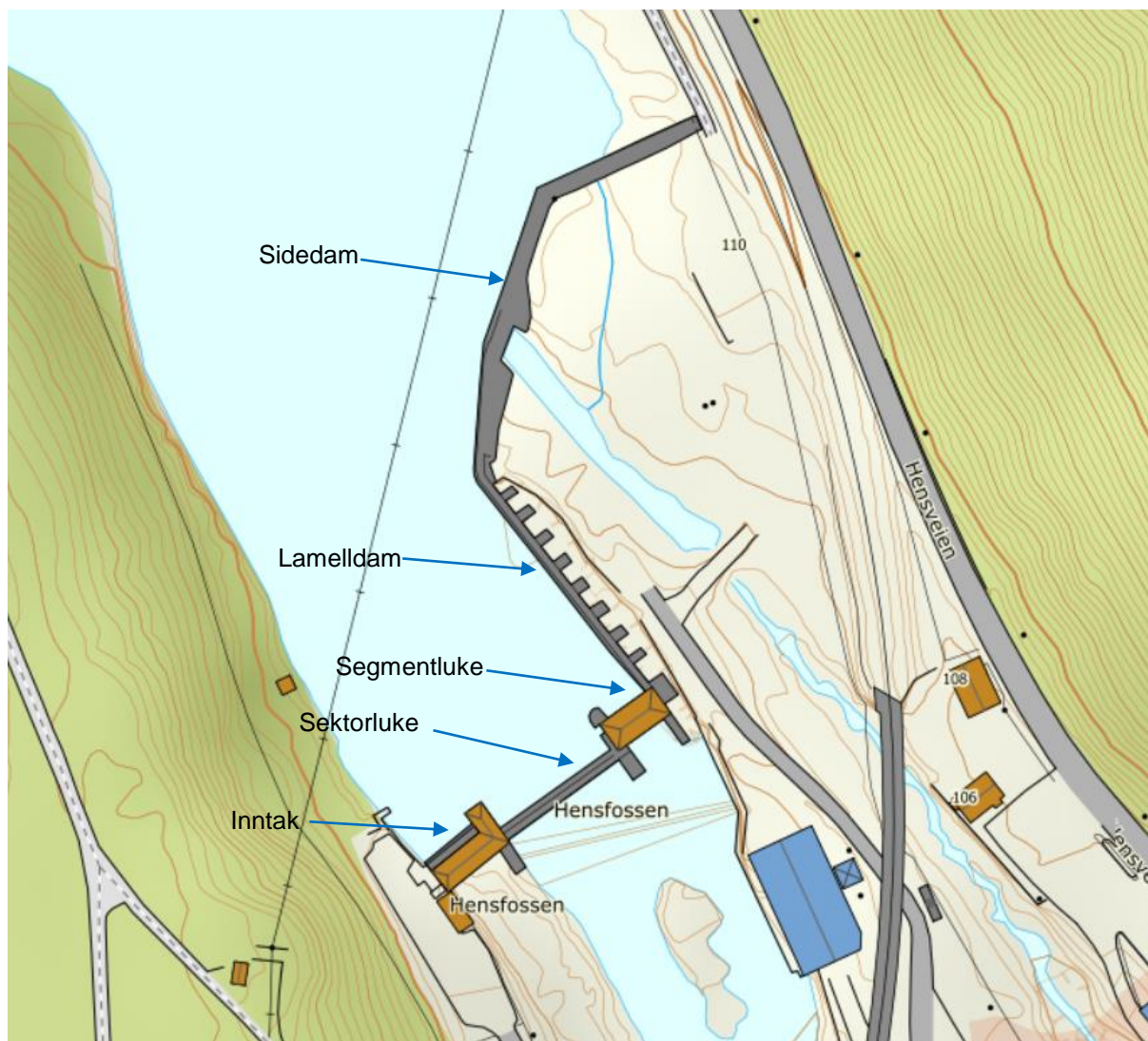
Kraftverket utnytter et fall på 24 meter i Ådalselva ved Hensfoss. Anlegget består av en inntaksdam og en ca. 300 m lang rørgate ned til kraftverket. Samlet installasjon er 17 MW og gjennomsnittlig årsproduksjon er ca. 120 GWh.



Figur 1 Oversiktskart

### 3.2 Hensfoss dam

Dammen er inntaksdam for Hensfoss kraftverk. Kraftverksinntaket er plassert på vestsiden av elva, og i flomløpet er det en sektorluke og en segmentluke. Østre del av dammen består av en lamelldam av betong og en tørrmurt sidedam, se Figur 2.



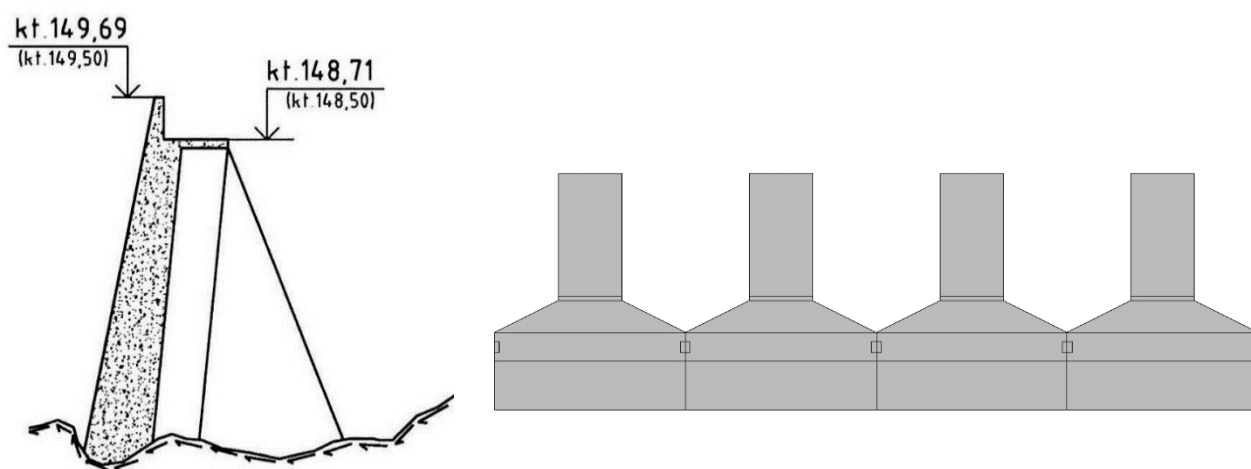
Figur 2 Oversikt Hensfoss dam

### 3.3 Lamelldam

Lamelldammen er fundamentert på fjell og har en lengde på ca. 50 m. Seksjonslengdene er 6 m og største høyde er ca. 8 m. Det er denne konstruksjonsdelen som er vurdert etter probabilistiske metoder. På luftsiden har dammen en del sprekker, avskallinger og kalkutfelling.



Figur 4 Foto lamelldam



Figur 3 Snitt og plan av lamelldam

Bruddkonsekvensklasse:	2
Byggeår:	1948
Damhøyde (største)	8 m
Damlengde:	50 m
Seksjonslengder	6 m

### Vannstander

Flomberegninger er utført i henhold til NVEs retningslinjer fra 2011, se Ref. /10/, og godkjent i brev av 2. april 2013.

HRV		kt. +146,70
DFV (Q <sub>1000</sub> )		kt. +150,14
Ulykkesflom	1,5 x Q <sub>1000</sub>	kt. +151,22



## 4 Pålitelighetsanalyser

### 4.1 Probabilistiske tilnærminger

Med pålitelighet menes en konstruksjon eller konstruksjonsdels evne til å oppfylle de fastsatte kravene de er dimensjonert for å skulle møte mht. sikker mot brudd. Ved slike vurderinger etter probabilistiske metoder knyttes det et sikkerhetsnivå til påliteligheten i form av krav til en minste verdi for pålitelighetsindeksen  $\beta$ . Informativt tillegg i NS-EN 1990 (Eurokode 0), se Ref. /1/, angir forslag til pålitelighetsnivået basert på tre pålitelighetsklasser, se følgende Tabell 1. I Norge er det i det nasjonale tillegget til Eurokoden spesifisert fire pålitelighetsklasser.

Tabell 1 Krav til pålitelighet iht. Eurokode 0

Pålitelighetsklasse	Minsteverdier for $\beta$	
	Referanseperiode 1 år	Referanseperiode 50 år
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

Sikkerhetskrav til dammer er i dag basert på deterministiske metoder (partialfaktorer) ved beregning av stabilitet mht. om en dam kan gå til brudd (her velting og/eller glidning) og dermed påfører skade på mennesker, miljø, eiendom og infrastruktur. Det gjøres ingen videre vurdering av hvor stor sannsynligheten er for at brudd inntreer eller i hvilken grad en lokal feil eller mangel kan resultere i brudd i konstruksjonen.

Ved en probabilistisk analyse estimeres sannsynligheten for brudd i konstruksjonen, noe som kan benyttes som underlag for å vurdere om dammen har et akseptabelt pålitelighetsnivå. Sikkerhetsnivået beregnet etter probabilistiske metoder gir sannsynligheten ( $P_f$ ) for at brudd inntreer, dette kan da vurderes opp mot et krav til sikkerhet satt for gjeldende bruddkonsekvensklasse for damanlegget. Slike krav basert på pålitelighetsindeksen foreligger ikke for i Norge i dag for de ulike bruddkonsekvensklassene i vassdragsanlegg.

Ved valg av et innledende akseptabelt sikkerhetsnivå, kan det settes krav til pålitelighet ved damkonstruksjonen. Ved å sette et ønsket pålitelighetsnivå over minstenivået som må til for å sikre dammen mot brudd, ivaretas det også i en viss grad mot usikkerheter i estimatene. Pålitelighetsnivåer kan velges for flere ulike lastsituasjoner, eksempelvis som beskrevet i svenske Energiforsk sin rapport «Report 2016:292», se Ref. /5/. I nevnte rapport oppgis også minste verdier for pålitelighetsindeksen  $\beta$  som må møtes i bruddgrensetilstanden avhengig av damklasse (konsekvensklasse), se Tabell 2.

Tabell 2 Minste verdier av pålitelighetsindeksen avhengig av damklasse, Energiforsk, Sverige [se Ref. /5/]

Dam consequence class	Minimum $\beta$ minimum
A	5,2
B	4,8
C	4,2
U	3,8

Klassifisering i Sverige kan ikke direkte ekvivaleres mot damklassene i Norge, da det i Norge for alle damklassene 2 til 4 impliserer fare for tap av menneskeliv. I Sverige representerer klassene A og B fare for tap av menneskeliv mens klasse C representerer neglisjerbar fare for tap av menneskeliv.

Det er i Norge ikke etablert noe system for de ulike bruddkonsekvensklassene mht. krav til minste pålitelighetsindeks ved vurdering av dammer etter probabilistiske metoder. Eurokoden for pålitelighet, NS-EN 1990, omtaler pålitelighetsindeksen i informative vedlegg med forslag til minste verdier avhengig av pålitelighetsklasse og grensetilstand. En kobling mellom beregnet pålitelighetsindeks og sikkerhetsnivået utregnet basert på tradisjonelle beregningsmetoder etter partialkoeffisientmetoden (deterministiske metoder) kan bli svært unøyaktig og resultere i sprikende og lite konsistente svar.

Det konkluderes med at det i Norge bør arbeides med å etablere forslag til akseptkriterier for pålitelighetsindeksen  $\beta$  tilpasset NVE sin klassifisering av dammer i ulike bruddkonsekvensklasser.

For grunnleggende definisjoner innen pålitelighetsberegninger vises det til Vedlegg D.

## 4.2 Nivåer av metoder for pålitelighetsberegninger

Ved vurdering av konstruksjoners sikkerhet mht. pålitelighet defineres ulike «nivåer» mht. beregningsmetode og omfang av beregninger. Valg av nivå kan knyttes til konstruksjonens viktighet, men vil også kunne avhenge av tilgjengelig informasjon om ulike parametere for den aktuelle konstruksjonen samt kompleksiteten av problemet. Det opereres normalt med fire ulike «nivå» gitt som I, II, III og IV. Det vises til Eurokode 0 Tillegg C for ytterligere informasjon, se Ref. /1/. Nivåene kan knyttes til pålitelighetsklasser der de høyeste nivåene benyttes for konstruksjoner av stor viktighet, mens lavere nivå er for konstruksjoner beregnet ut i fra forenklete betraktninger for last og kapasitet og der konsekvens ved brudd ikke er store eksempelvis mht. tap av menneskeliv.

Nivåene er definert ut i fra omfanget av informasjon knyttet til definisjon av problemet og beregningsmetodikk. Høyere nivå gir normalt et riktigere resultat sammenlignet med lavere nivå som er basert på forenklete tilnærminger.

### Nivå I

Baseres på «karakteristiske» verdier for de ulike parameterne der den karakteristiske verdien velges ut i fra definerte statistiske fordelinger av parameteren, den valgte verdien innehar en partialfaktor. Metoden omtales som «Load and Resistance Factor Design» (LRFD).

### Nivå II

Metoden er analytisk og karakteriseres ved å inkludere to usikkerhetsverdier for hver parameter (f.eks. middelvei og standardavvik) i tillegg til beskrivelse av mulig korrelasjon mellom parametere. Den beskrives som første ordens pålitelighetsmetoder (FORM) og benytter godt definerte tilnærminger og resultatet vil ofte kunne ansees å være tilstrekkelig nøyaktige.

Pålitelighetsindeksen  $\beta$  beregnes som avstanden fra det mest sannsynlige dimensjoneringspunktet til linjen (evt. funksjonen) som definerer sikkerheten og vil også kunne gi verdier for sensitiviteten for hver variabel regnet etter ulike metoder.

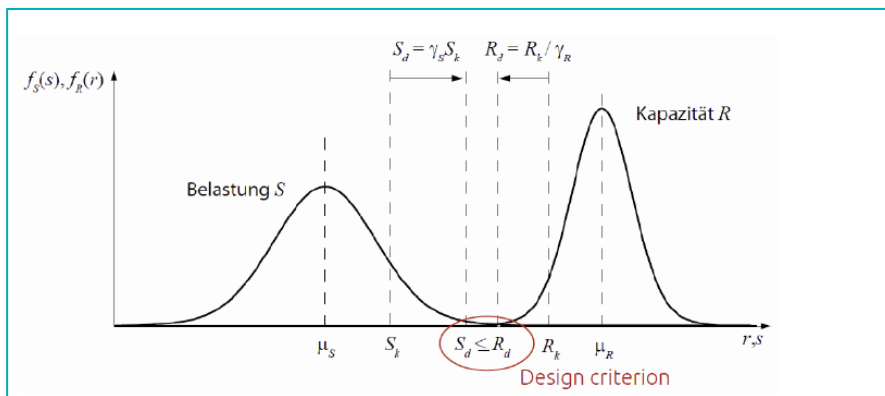
### Nivå III

Karakteriseres som fullstendige probabilistiske metoder og gir «korrekte svar». Inkluderer komplette sannsynlighetsfordelinger (Probability Density Functions) for de ulike parameterne. Er godt egnet også for ikke-lineære problemer. Påliteligheten uttrykkes ved pålitelighetsindeksen  $\beta$  relatert som et uttrykk for sannsynligheten for brudd.

### Nivå IV

Metoden er tiltenkt konstruksjoner der konsekvensene ved brudd er spesielt store og som eksempelvis sorterer under pålitelighetsklasse 4 i Norge. Et brudd er av vesentlig betydning mht. fare for tap av menneskeliv, økonomi osv. Nivået baseres på komplette probabilistiske metoder og krever større omfang og innsats mht. av vurdering av parameterne som inngår i beregningene spesielt for å redusere usikkerheten i beregningsresultatene.

Generelt har konstruksjoner en kapasitet  $R$  og en belastning  $Q$  (eller  $S$ ). Kravet til sikkerhet stilles da til utbredelsen av influensområdet for de to sannsynlighetsfordelingene som hver at disse parameterne oppnår etter beregninger, se følgende Figur 4.



Figur 4 Representasjon av bæreevne mot last (D. Straub, Zuverlässigkeit und Lastannahmen, 2011)

Figuren over illustrerer at sikkerheten kan antas ivaretatt etter en deterministisk betraktning ved å kreve at  $R$  er større enn  $S$  med en spesifisert sikkerhetsmargin.

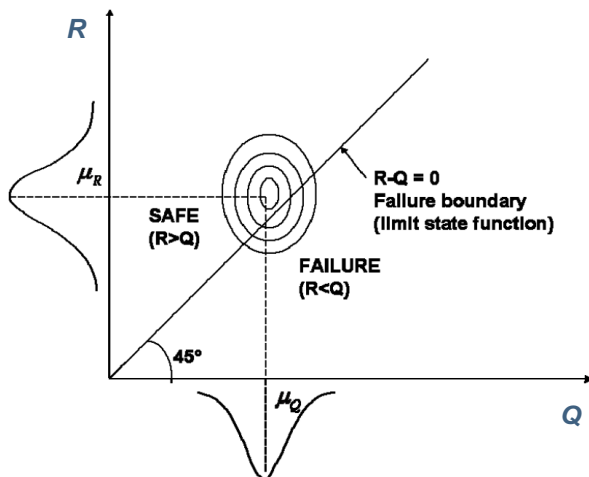
Beregningsmetodikken etter probabilistiske metoder deler også bidragene i en kapasitetsside  $R$  og en lastside  $Q$  (eller  $S$ ). Følgende notasjoner gjelder;

- $R$  benyttes for kapasitet (resistance)
- $Q$  eller  $S$  benyttes for last (load)

Ved betraktning av sikkerhet for glidning eller velting kreves da etter probabilistiske metoder at  $R > S$ . Dette kan uttrykkes som;

$$Z = R - S$$

der  $Z$  benevnes som grenseverdifunksjonen.



Figur 5 Formulering av bruddsikkerhet, kapasitet- og lastside

Det vises til Vedlegg D for ytterligere informasjon ang. pålitelighet etter Nivå II og III.

### 4.3 Simuleringsmetoder

Beregningene etter probabilistiske metoder basert på nivå II og III kan utføres etter to metoder;

1. Sikkerhetsgrense (Nivå II eller Nivå III)
2. Monte Carlo metode (Nivå III)

#### 4.3.1 Analytiske metoder

Disse metodene er basert på ulike tilnærminger for kapasiteten (sannsynligheten) og krever ikke stort omfang av beregninger sammenlignet med eksempelvis Monte Carlo metoden. Metodene er generelt definert som First-Order Reliability Method (FORM) og Second-Order Reliability Method (SORM) og baseres på såkalt linearisering av bruddkriteriet. De er effektive mht. vurdering av påliteligheten, og vil ved beregning (derivasjon) også kunne gi en indikasjon på de ulike variabelenes sensitivitet. Da metoden baseres på linearisering kan det oppstå konvergensproblemer for beregninger der eksempelvis ikke-lineariteter er inkludert i beskrivelsene.

#### First-Order Reliability Method

Metoden (FORM) oppfattes som et godt alternativ til Monte Carlo simuleringer da nøyaktigheten sett i forhold til antall beregninger utligner for den matematiske kompleksiteten. Metodikken ble opprinnelig utviklet av Cornell tidlig på 1950-tallet og er videreutviklet av bl.a. Hasofer et al (1974). Ved beregning etter FORM brukes kun middelerverdier og standardavvik ved etablering av analytiske formler for problemet som skal løses. Metoden kan behandle ikke-lineære funksjoner for oppførsel, men baserer seg på linearisering av dette ved bruk av tilnærminger ved Taylor-rekker.

Grenseverdibetingelsen baserer seg på differansen mellom kapasitet- og lastfunksjonene;

$$Z = R - S$$

Metoden omfatter to tilnærminger som er First-Order Second-Moment (FOSM) og Advanced First-Order Second-Moment (AFOSM) der FOSM forenklet neglisjerer fordelingen av de ulike variablene, mens AFOSM inkluderer denne effekten.



### 4.3.2 Monte Carlo Metode (MCM eller MCS)

Dette er en såkalt «nivå III»-metode eller komplett probabilistisk metode, og inkluderer ikke noen form for linearisering. Metoden oppfattes å være den mest nøyaktige og fungerer også for ikke-lineære problemer. Ulempen med metoden er omfanget av antall beregninger (tilfeldig utvalgte sett av parameterkombinasjoner) og vil medføre lang regnetid for å oppnå tilfredsstillende nøyaktighet.

Metoden baserer seg på at usikkerheter i inputverdier av variable konverteres til ulike sannsynlighetsfordelinger for variablene. Ved å kombinere de ulike fordelingene der en velger tilfeldige verdier av de ulike parameterne etter deres fordeling og for hver sett av tilfeldige valgte parametere utfører den aktuelle beregningen mange nok ganger, får en frem et uttrykk for påliteligheten.

Sannsynligheten for brudd (feil) defineres som antall beregninger (én beregning er et utplukk av ett sett av tilfeldige verdier for hver av de ulike parametere) som gir brudd dividert med det totale antallet av beregninger.

### 4.3.3 Sensitivitet

På basis av resultatene fra en probabilistisk analyse er det nyttig å gjennomføre en sensitivitetsanalyse for å oppnå en forståelse av i hvilken grad de ulike parameterne påvirker det endelige resultatet. Metoden innbefatter å kvantifisere variasjonen i resultatet (påliteligheten) basert på variasjon av hver av de ulike tilfeldige input-parameterne. Resultatene fra en slik beregning kan generelt benyttes for å optimalisere tiltak for å bedre sikkerheten, dvs. øvelsen gir kvalifiserte svar på hvilken eller hvilke parametere som påvirker det endelige resultatet mest, dvs. er på kritisk linje. På tilsvarende måte vil øvelsen fortelle hvilke parametere som er av mindre betydning mht. sikkerhet.

Det skilles vanligvis mellom *lokal* og *global* sensitivitetsanalyse;

En *lokal* eller *første ordens sensitivitetsanalyse* utføres ved variasjonen av én inputvariabel om en fast verdi, eksempelvis den nominelle verdien. Øvrige parametere settes eksempelvis til den nominelle verdien, middelveidien. Sensitiveten kan beregnes som størrelsen på variansen grunnet den ene variasjonen målt mot den gjennomsnitt variansen for øvelsen utregnet for hver og en av de øvrige parametere.

En *global sensitivitetsanalyse* inkluderer vurdering av usikkerheten i responsen der en eller flere av parameterne varieres samtidig over hele dens/deres variasjonsområde (fordeling).

Det vises til vedlegg for ytterligere diskusjoner og beregning av sensitivitet.

## 5 Beregningsforutsetninger

### 5.1 Sikkerhet mot glidning og velting

#### 5.1.1 Glidning

Sikkerhet mot glidning baseres på retningslinjene til sikkerhetsforskriften fra NVE, se Ref. /3/. Følgende figurer og illustrasjoner er hentet fra nevnte.

$$S = \frac{F}{\sum H}$$

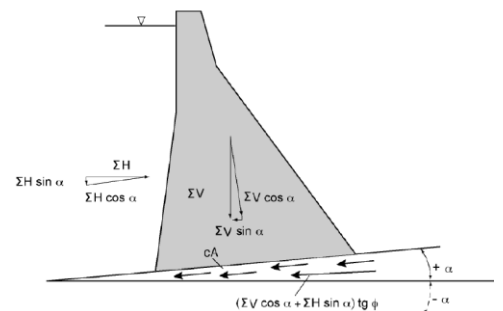
$$F = \frac{cA}{\cos \alpha (1 - \text{tg} \varphi \cdot \text{tg} \alpha)} + (N - U) \text{tg} (\varphi + \alpha)$$

ved  $\alpha = 0$  (horisontalt glideplan) reduseres formelen for sikkerhetsfaktoren S til:

$$S = \frac{cA + \sum V \cdot \text{tg} \varphi}{\sum H}$$

der:

- S = sikkerhetsfaktor
- $\varphi$  = friksjonsvinkel
- $\text{tg} \varphi$  = friksjonskoeffisient
- $\alpha$  = glideplanets helning med horisontalplanet
- c = kohesjon
- A = arealet som gir trykk i kontaktflaten
- U = poretrykk som gir oppdrift
- N = normalkraft på glideplanet
- $\sum V = N - U$
- $\sum H$  = resultanten av horisontalkrefter i glideplanet



Figur 6 Sikkerhet mot glidning iht. retningslinjene fra NVE

Iht. beregningsmetodikken etter probabilistiske metoder deles bidragene som nevnt i en kapasitetsside R og en lastside S (eller Q). Kapasitetssiden blir her den samlede vertikale kraften F ned på vederlaget mens lastsiden utgjøres av de drivende kreftene  $\sum H$ . Retningslinjene til NVE definerer sikkerhetsfaktoren mot glidning til 1,4 (eller 1,5). Denne kan evt. inkluderes ved å dividere kapasitetssiden med nevnte faktor, pålitelighetsindeksen beregnes da om sikkerheten  $S=1,4$ . For sammenligning mot metoder for pålitelighetsanalyser generelt er det valgt å utføre analysene om sikkerheten 1,0. Dette reduseres så til punktet 0 ved beregningen basert på utregning av differansen mellom kapasitet og last;

$$R - S > 0$$

Dvs.:  $F - \sum H > 0$

Stabiliserende bidrag er iht. retningslinjene:

- Egenvekt betong
- HRV/DFV vertikal komponent av vanntrykk
- Fjellbolter <sup>\*)</sup>
- Friksjonsvinkel
- Kohesjon <sup>\*)</sup>
- Poretrykk

<sup>\*)</sup> NVE er generelt restriktive mht. å inkludere stabiliserende bidrag fra fjellbolter og kohesjon

Retningslinjene definerer drivende bidrag som laster i horisontal retning. Poretrykket regnes «stabiliserende» selv om bidraget er en reduksjon i vertikale krefter ned på vederlaget, dette basert på definisjonene i Retningslinjene.

Drivende krefter:

- HRV/DFV horisontalkomponent av vanntrykk
- Istrykk

Det vises til skriv fra NVE av 06.12.2012 ang. glidekontroll for betongdammer med og uten medvirkning av fjellbolter.

### 5.1.2 Velting

Tilsvarende som for glidning etableres beregningsoppsettet for å ivareta forholdet mellom stabiliserende og veltende moment, ref. retningslinjene fra NVE, Ref. /3/. Sikkerhetsfaktor på 1,4 kan tenkes ivaretatt ved å dividere kapasitetssiden, stabiliserende momenter, med faktoren. Det er imidlertid valgt å utelate denne faktoren i hovedsak mht. vurderingen av pålitelighetsindeksen  $\beta$  som vanligvis regnes om karakteristiske verdier (middelverdier). En beregnet pålitelighetsindeks der sikkerhetsfaktoren er ivaretatt er vanskelig å tolke mht. sannsynlighet for brudd  $P_f$ .

Som for sikkerhet mot glidning mht. sammenligning mot metoder for pålitelighetsanalyser generelt, er det valgt å utføre analysene om sikkerheten 1,0;

$$(M_{\text{stab}} / M_{\text{driv}} > 1$$

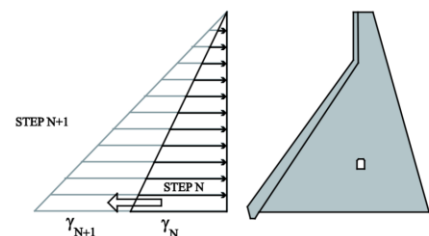
Beregningen kan evt. også utføres ved å redusere til punktet 0 på utregning av *differansen* mellom stabiliserende moment og drivende moment (til forskjell fra *forholdet* mellom stabiliserende og drivende moment).

Stabiliserende momentbidrag:

- Egenvekt betong
- HRV/DFV vertikal del av vanntrykk
- Fjellbolter

Drivende momentbidrag:

- HRV/DFV horisontal del av vanntrykk
- Istrykk
- Poretrykk



Konstruksjonens geometri vil også gi bidrag til stabiliserende og drivende moment. Eksempelvis nevnes av en noe bredere dam vil gi økt egenvekt samtidig som kraften fra vann- og istrykk blir større.

## 5.2 Metode

En rekke ulike parametere inngår ved beregning av sikkerhet mot velting og glidning av en dam-konstruksjon. Ved en beregningsmetode basert på probabilistiske metoder må det vurderes hvilke av disse parametere som skal inngå i beregningene basert på sannsynlighetsfordeling. Det vises eksempelvis til Energiforsk sin rapport, se Ref. /5/. Beregningene som er utført i dette dokumentet er basert på Monte Carlo metoden (MCM).

### 5.2.1 Fordelingsfunksjoner

Fordelingsfunksjoner av parametere, også benevnt som *Probability Density Functions (PDF)*, kan følge en rekke ulike former. De mest vanlige fordelingene er normalfordeling og log-normalfordeling. Andre

fordelinger kan være beta-fordeling, eksponentielle fordelinger, Gumbel-fordelinger, Weibull-fordelinger osv., se Vedlegg D Figur 27 osv.

### 5.3 Valg av parametere

Følgende inkluderer valg av parametere som er implementert statistisk i regnemodellen inklusive vurdering og spesifisering av den statistiske fordelingen for de ulike parameterne.

Følgende parametere er implementert i beregningene;

#### **Geometriske variable**

1. Vederlagets helning
2. Geometri lamelldam (høyde, bredde osv.)

#### **Materialparametere**

3. Tetthet av betong
4. Betongens elastisitetsmodul
5. Bergets fasthet
6. Bergets attraksjon og kohesjon
7. Friksjonsvinkel (betong vs. berg)
8. Bergbolter

#### **Laster**

9. Vannstand (HRV, DFV)
10. Istrykk
11. Poretrykk inklusive poretrykksfordeling

Valg og beskrivelse av parameterne er forutsatt utført med visse tilnærminger og forutsetninger uten detaljerte registreringer eller uttal av prøver for laboratorieundersøkelser;

- Ignorere usikkerheter
- Konservativ tilnærming ved valg
- Observasjoner på stedet; prøvetaking, poretrykksmåling, uttak av prøver for laboratorietesting
- Kvantifisere usikkerheter

Usikkerheter er i hovedsak knyttet til følgende tre forhold;

- Naturlig iboende variasjoner, eksempelvis i ikke-homogene masser (ref. berg, risset betong, alkalireaksjoner)
- Manglende kunnskap for en variabel, også iht. måle- og registreringsusikkerhet
- Statistisk usikkerhet osv., gjerne grunnet manglende eller begrenset antall forsøk eller prøvestykker

Følgende tabell viser valg av fordelingsfunksjon samt hvilke middelveier og standardavvik som er valgt for de ulike parameterne der de inngår i beregningene.

Tabell 3 Oversikt valg av parametere

Parameter	Fordeling	Middelverdi $\mu$	Standardavvik $\sigma$	Variasjonskoeffisient C.o.V
Tetthet betong [kN/m <sup>3</sup> ]	Gauss	23,0	0,78	0,034
Damhøyde [m]	Gauss	8,0	0,120	0,015
Dambredde [m]	Gauss	6,0	0,050	0,008
Fjellbolter [N/mm <sup>2</sup> ] <sup>3)</sup>	Gauss	100	20	0,20
Vannstand HRV [kt.]	Gauss	+146,754 <sup>1)</sup>	0,266	0,053
Vannstand DFV [kt.]	Gauss	+150,14 <sup>2)</sup>	0,532	0,064
Istrykk [kN/m]	Lognormal	80,0	10,0	0,125
Friksjonsvinkel [grader]	Gauss	45,0	2,0	0,044
Kohesjon [kN/m <sup>2</sup> ]	Gauss	100	5,0	0,05

<sup>1)</sup> Se vedlegg, tilsvarer 5,054 m over bunn dam i modellen

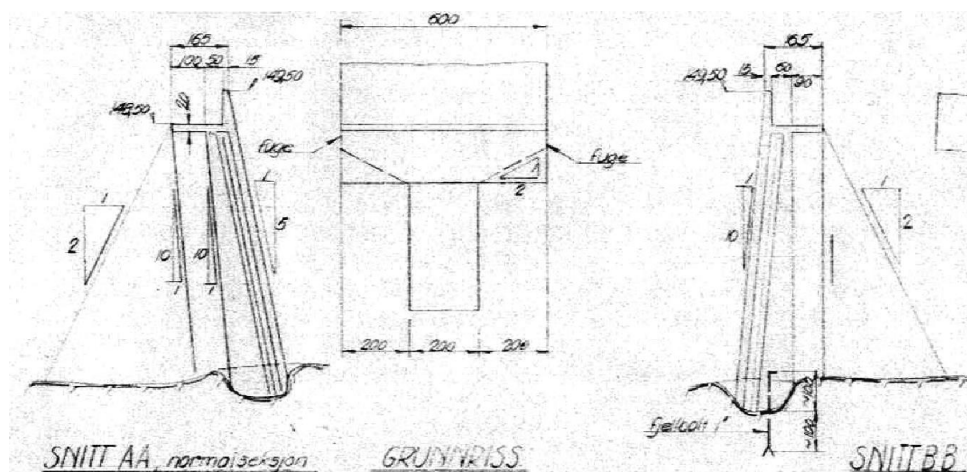
<sup>2)</sup> Tilsvarer 8,44 m over bunn dam i modellen

<sup>3)</sup> Boltediameter  $\varnothing 25$ , 5 stk. medregnet per lamell (6 stk. iht. tegninger)

Det vises til vedlegg A for diskusjon og valg av de ulike parametere som er vist i tabellen over.

## 5.4 Beregningsmodell

Modellen er typisk for en del av lamelldammen der lengden mellom støpeavsnittene er 6,0 m.



Figur 7 Geometri, plan og oppriss, tegn. T82-2123

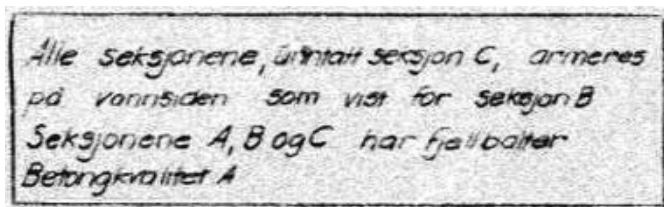
### 5.4.1 Geometri

Tabell 4 Tegninger fra byggetiden (Ref. 5176946-Rapp\_Hensfoss - Prob metoder - Rev B03 - 2018-10-31)

Nr.	Tittel	Dato	Rev.dato	Firma
T82 2123	Ådalsfallene – Halvmassivdam Forskaling- og armeringsplan	1948-01-29		Ingeniør Berdal
T82 2416	Ådalsfallene– Lededam Forskaling- og armeringstegning	1949-15-01		Ingeniør Berdal
T82 2729	Ådalsdammen – Oversikt	1949-12-28		Ingeniør Berdal
51HE00Arr	Dam og inntak – Arrangement	2006-05-04		Norconsult

### 5.4.2 Materialer

Følgende er oppgitt på tegning T82-2123



#### Betong

Betongkvaliteten er oppgitt å være kvalitet A. Iht. NS 427 tabell II er kravet til terningtrykkfasthet etter 28 døgn lik 290 kg/cm<sup>2</sup>. Omregnet til dagens betongfastheter (Eurokode 2) tilsvarer dette en fasthet omtrentlig lik B25 (sylinderfasthet 25 N/mm<sup>2</sup>).

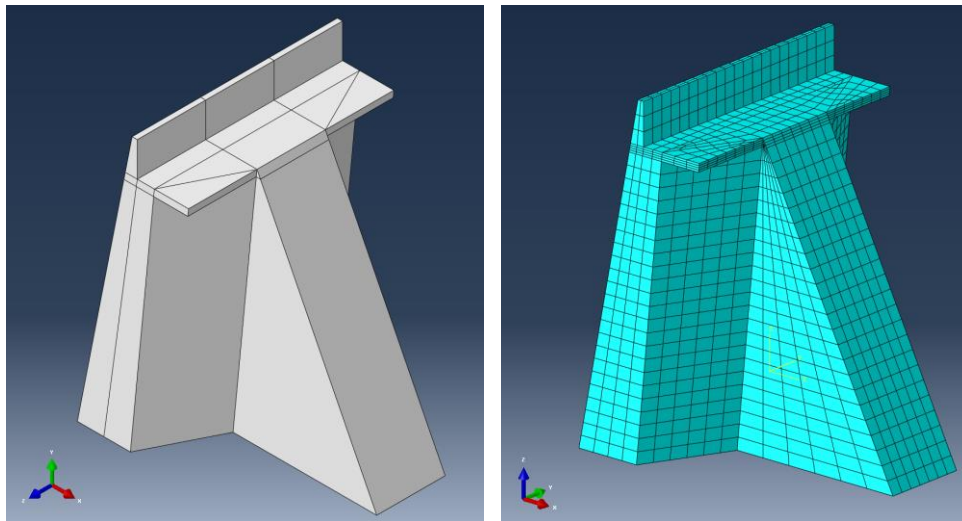
#### Armering

Materialkvalitet for innlagt armering og fjellbolter fremgår ikke av tegningene. Iht. NS 427:1939 kapittel II § 4 antas at armeringen er av «normalkvalitet» tilsvarende St 37. Det oppgis i standarden at flytegrensen kan påregnes å være 2400 kg/cm<sup>2</sup> eller mer.

Fjellbolter: 1" 6 stk. per lamell, c/c 1,0 m.

### 5.4.3 Elementinndeling

Det er generelt benyttet 8-nodige volum-elementer med redusert integrasjon (C3D8R). Ved generering av «trådnett» (element-mesh) er det benyttet en inndeling tilsvarende en midlere elementlengde på 0,3 m.



Figur 8 Beregningsmodell og elementmesh

```

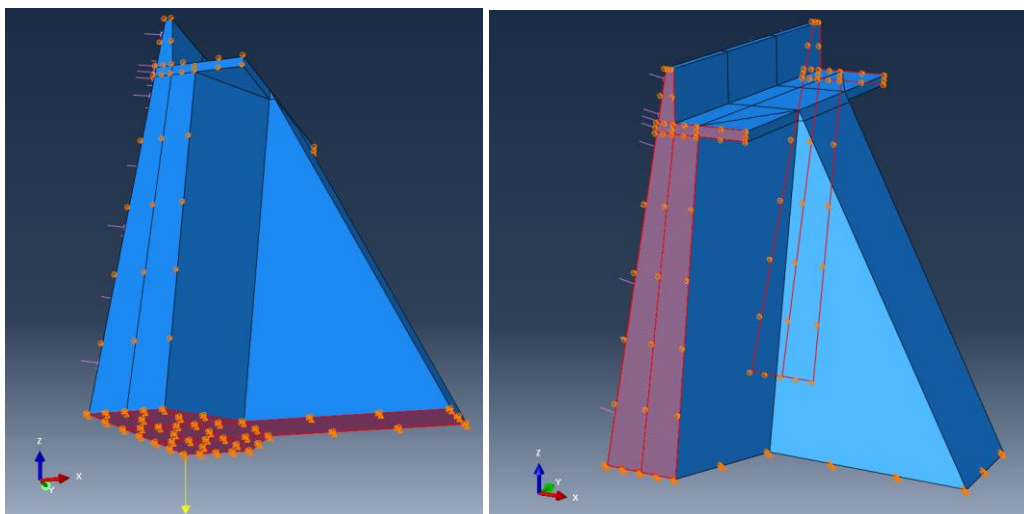
P R O B L E M   S I Z E

NUMBER OF ELEMENTS IS                5086
NUMBER OF NODES IS                   6228
NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER  6228
TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 18684
(DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER
VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)
    
```

#### 5.4.4 Randbetingelser

Det er påført randbetingelser som følger, se Figur 10:

- I horisontalplanet bunnen av dammen mot vederlaget, fastholdt mot forskyvning i alle tre globale hovedretninger (x-, y- og z-retning)
- I vertikallplanet der skillet mellom de ulike lamellene er fysisk innført (støpeskjøter), fastholdt mot forskyvning i horisontal retning (global y-retning) normalt på vertikallplanet



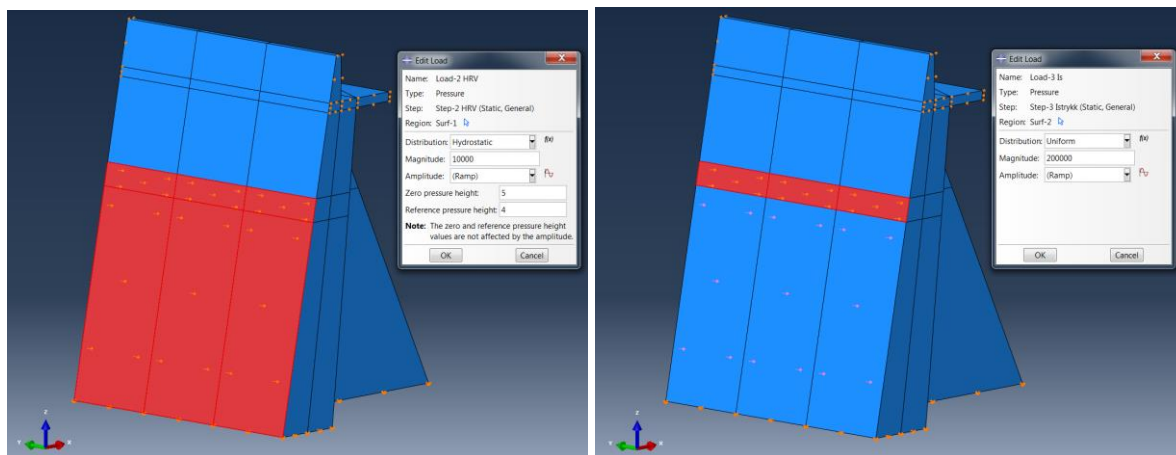
Figur 9 Randbetingelser påført i modellen



## 5.4.5 Laster

Påførte laster omfatter egenvekt, vanntrykk, poretrykk og istrykk. I tillegg kommer lastbidrag fra fjellbolter.

Det regnes generelt med tyngdens gravitasjon på 9,81 m/s<sup>2</sup>.



*Hydrostatisk fordelt vanntrykk*

*Istrykk fordelt over en høyde 0,5 m ned fra HRV*

*Figur 10 Påført vanntrykk HRV og istrykk*

Beregninger for vurdering av sikkerhet mot velting og glidning utføres basert på karakteristiske laster med lastfaktor 1,0.

## 6 Resultater

### 6.1 Generelt

Probabilistiske analyser benyttet i denne rapporten med bruk av Monte Carlo metode gir som svar en pålitelighetsindeks  $\beta$  som er et uttrykk for konstruksjonens sikkerhet mht. sannsynlighet mot brudd. I denne sammenheng er brudd representert med beregning av sannsynlighet  $P_f$  for at glidning eller velting oppstår. Redusert sannsynlighet, dvs. liten verdi av  $P_f$ , tilsvarer god sikkerhet.

Beregningene er utført for typiske lasttilfeller som HRV, HRV & is samt ved DFV. For lasttilfellet HRV & is er det også sett på effekten av medvirkende fjellbolter samt effekt av kohesjon. Kohesjon er forsiktig vurdert og inngår normalt ikke ved beregning av sikkerhet mot glidning. Det er generelt utført  $1 \cdot 10^6$  simuleringer (parameterutplukk) for hver lastsituasjon.

Det er utført sensitivitetsanalyser for å vurdere de ulike parameternes kritikalitet mht. hvordan en endring av én parameter innvirker på endring i resultatverdiene (pålitelighetsindeksen). Beregningene gir svar på hvilken (eller hvilke) parameter(e) som gir størst utslag på beregningsverdien, dvs. pålitelighetsindeksen.

### 6.2 Beregning av pålitelighetsindeks

Følgende tabeller oppsummerer resultatene fra beregningene av pålitelighetsindeks og sannsynlighet for glidning og velting for de ulike lastsituasjonene som er undersøkt.

Størst utnyttelse (minste  $\beta$ -verdi) er beregnet for glidning for lasttilfellet HRV & is der pålitelighetsindeksen  $\beta$  er beregnet til 3,1 noe som gir en sannsynlighet for brudd  $P_f$  lik  $0,95 \cdot 10^{-3}$ .

For velting er også største utnyttelse beregnet for lasttilfellet HRV & is.  $\beta$ -verdien er beregnet til 4,9. Sannsynlighet for brudd  $P_f$  er beregnet til  $0,72 \cdot 10^{-6}$ .

#### **Sommersesong HRV**

Brudd	Pålitelighetsindeks $\beta$	Sannsynlighet for brudd $P_f$
Glidning	4,3	$8,16 \cdot 10^{-6}$
Velting	7,4	$7,21 \cdot 10^{-14}$

#### **Vintersesong HRV & is**

Brudd	Pålitelighetsindeks $\beta$	Sannsynlighet for brudd $P_f$
Glidning	3,1	$0,95 \cdot 10^{-3}$
Velting	4,8	$0,72 \cdot 10^{-6}$

#### **Vintersesong HRV & is inkl. fjellbolter**

Brudd	Pålitelighetsindeks $\beta$	Sannsynlighet for brudd $P_f$
Glidning	3,7	$0,12 \cdot 10^{-3}$
Velting	5,5	$0,21 \cdot 10^{-7}$

### Vintersesong HRV & is inkl. kohesjon

Brudd	Pålitelighetsindeks $\beta$	Sannsynlighet for brudd $P_f$
Glidning	7,1	$0,59 \cdot 10^{-12}$
Velting	4,8	$0,72 \cdot 10^{-6}$

### Flomtilfelle DFV

Enkle beregninger basert på regneark etter deterministiske metoder viser at dammen har manglende kapasitet for lasttilfellet DFV. Vannstanden ved DFV tilsvarer 3,44 m over HRV og nivået er da noe over topp dam (brystning). Sikkerhet mot glidning ved statisk vannlast beregnes til 1,0, mot velting lik 1,4. Beregningene er inklusive bidrag fra bolter.

Tilsvarende beregninger utført etter probabilistiske metoder er vist i følgende tabell. Resultatene fra beregningene viser små verdier av  $\beta$  både mht. glidning og velting noe som indikerer manglende bæreevne.

Brudd	Pålitelighetsindeks $\beta$	Sannsynlighet for brudd $P_f$
Glidning	0,6	0,291
Velting	2,5	$0,56 \cdot 10^{-2}$

## 6.3 Sensitivitet

Ulike parametere som inngår i en probabilistisk beregning vil i ulik grad influere på resultatet. Parameterens sensitivitet er et uttrykk for dens kritikalitet på det endelige resultatet, dvs. ømfintligheten mht. beregnet sikkerhet enten det omfatter velting eller glidning. Basert på ulike metoder kan en fastsette hvilke av én eller flere parametere som utslagsgivende – mest kritisk - mht. sikkerheten. Dette kan være parametere knyttet til stabiliserende bidrag som vel som drivende bidrag (laster). Tradisjonelle beregningsmetoder etter deterministiske metoder baserer seg på ett sett av verdier for de ulike parameterne, metoden inkluderer ikke betraktninger knyttet til variasjon av en eller flere parameterverdier og den enkelte parameterens innvirkning på resultatet; sensitiviteten

Det vises til vedlegg D.5 for diskusjoner angående metoder for sensitivitetsberegninger. Følgende tabeller viser resultater av sensitivitetsberegninger for HRV og HRV & is.

Influensfaktoren bestemmes basert på at den enkelte parameter én for én varieres etter ulike metoder om middelverdien for så å behandle utfallet av resultatene (sikkerheten).

### 6.3.1 Influensfaktor HRV

Influensfaktorene for lasttilfellet HRV er vist i følgende figur. Beregningene er basert på utregning av pålitelighetsindeksen  $\beta$  etter metode «varierer én og én» i en global sensitivitetsanalyse for deretter å beregne varians som et uttrykk for sensitiviteten.

Tabell 5 Influensfaktorer HRV

Parameter	Middelverdi $\mu$	Glidning (VAR) [%]	Velting (VAR) [%]
Tetthet betong [kN/m <sup>3</sup> ]	23,0	18	31
Damhøyde [m]	8,0	19	44
Dambredde [m]	6,0	0	0
Vannstand HRV [kt.]	+146,70	28	25
Friksjonsvinkel [grader]	45,0	35	0
Sum [%]		100	100

#### Glidning

Beregningene viser at vannstand og friksjonsvinkel har høyest sensitivitet og vil påvirke sikkerheten mot glidning i større grad enn betongens tetthet og damhøyde.

#### Velting

Beregningene viser at damhøyde og vannstand er dominerende mht. sikkerhet mot velting. Dammens høyde innvirker på det totale vanntrykket mht. drivende last og gir et klart utslag i resultatet.

Betongens tetthet oppnår, som for glidning, høye verdier mht. sensitivitet. Dette skyldes at PDF for parameteren har et lite standardavvik; en prosentvis endring gir derfor relativt stor justering av beregningsverdi og dermed store utslag i sensitivitetsberegningene.

### 6.3.2 Influensfaktor HRV & is

Influensfaktorene for lasttilfellet HRV & is er vist i følgende figur. Tabellen viser beregning av sensitivitet både etter metode basert på varians (VAR), dvs. utregning av pålitelighetsindeksen  $\beta$ , og etter metode basert på den partialderiverte (PD).

Tabell 6 Sensitivitet HRV & is

Parameter	Middelverdi $\mu$	Glidning [%]		Velting [%]	
		VAR	Derivert	VAR	Derivert
Tetthet betong [kN/m <sup>3</sup> ]	23,0	15	21	19	25
Damhøyde [m]	8,0	15	29	34	45
Dambredde [m]	6,0	0	5	0	2
Vannstand HRV [kt.]	+146,70	30	18	32	22
Istrykk [kN/m]	80,0	8	4	15	6
Friksjonsvinkel [grader]	45,0	32	23	0	0
Sum [%]		100	100	100	100

### Glidning

Beregningene viser at vannstand, damhøyde og friksjonsvinkel er sensitive mht. sikkerhet mot glidning. Det resulterende vanntrykket har en klar interaksjon med damhøyden.

Betongens tetthet oppnår store verdier mht. sensitivitet. Dette skyldes at PDF for parameteren har et lite standardavvik; en prosentvis endring gir derfor relativt stor justering av beregningsverdien og dermed store utslag i sensitivitetsberegningene.

### Velting

Beregningene viser at damhøyde og vannstand er dominerende mht. sikkerhet mot velting. Friksjonsvinkelen innvirker naturlig nok ikke på resultatet. Dammens høyde innvirker på det totale vanntrykket mht. drivende last og gir et klart utslag i resultatet.

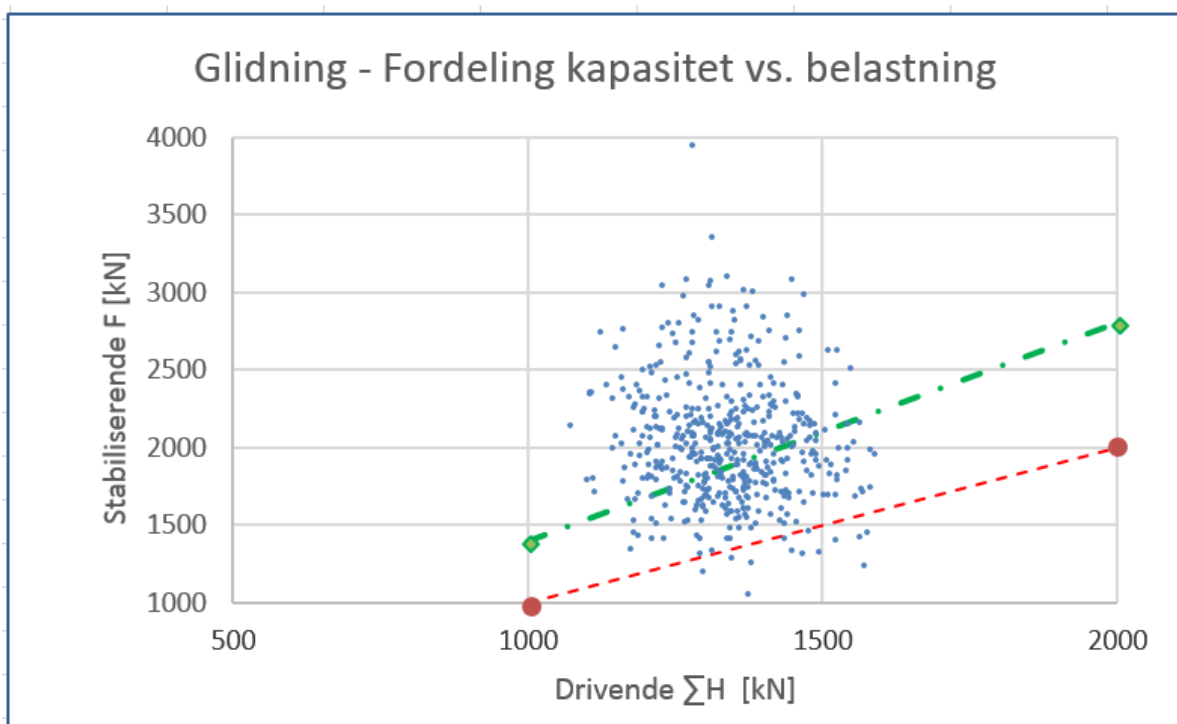
Betongens tetthet oppnår som for glidning store verdier mht. sensitivitet. Dette skyldes som nevnt at PDF for parameteren har et lite standardavvik; en prosentvis endring av middelveien gir derfor relativt stor justering av tetthetens beregningsverdi og dermed store utslag i sensitivitetsberegningene, spesielt for den deriverte.

## 6.4 Spredningsplott for glidning

Følgende figur viser plot av beregninger for glidning ved HRV & is basert på et begrenset antall simuleringer (her kun 500 utplukk). Enhver beregning gir et sett av «kraftpar» av drivende og stabiliserende krefter. Stabiliserende krefter er vist langs vertikal akse og drivende krefter langs horisontal akse. Stiplede linjer er lagt inn for å illustrere sikkerheten;

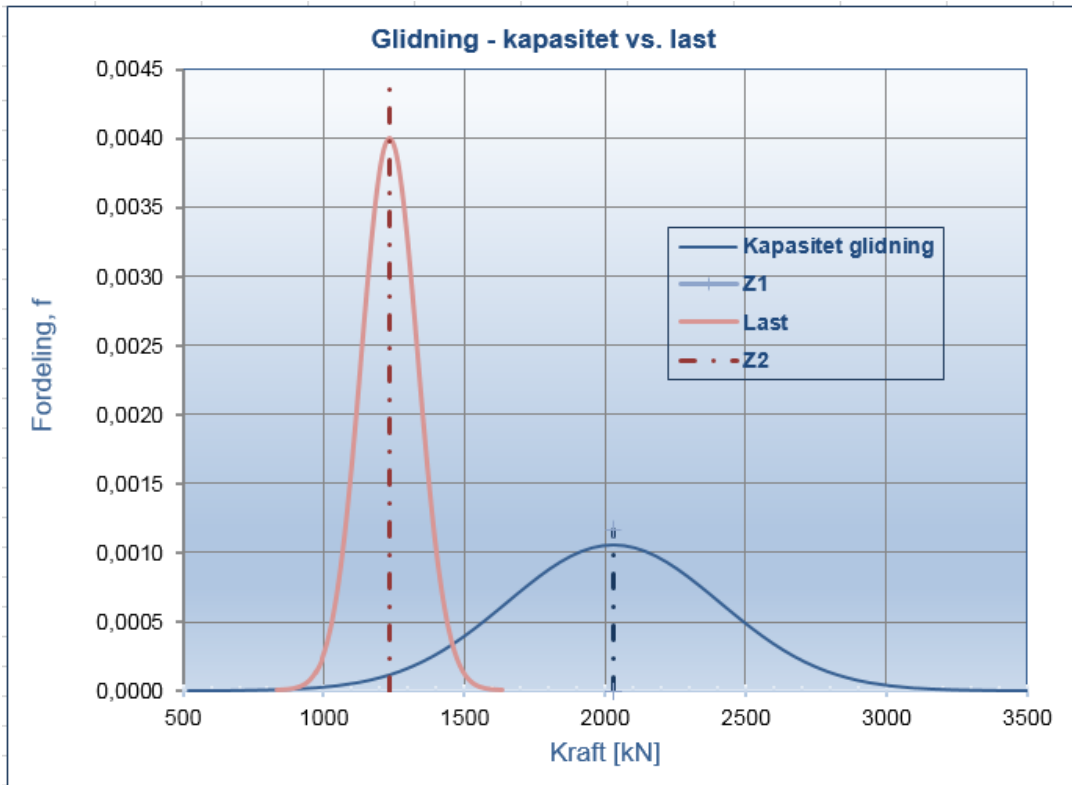
- rød stiplet linje tilsvarer et forhold mellom stabiliserende krefter og drivende krefter lik 1,0
- grønn strek-stiplet linje tilsvarer et forhold mellom stabiliserende krefter og drivende krefter lik 1,4

Figuren gir et bilde av sikkerheten mht. antall beregninger som gir som resultat at dammen er stabil (punkt over linjen) vs. ustabil (punkt under linje). Beregningene viser at kun et fåtall punkter lander med sikkerhet under 1,0.

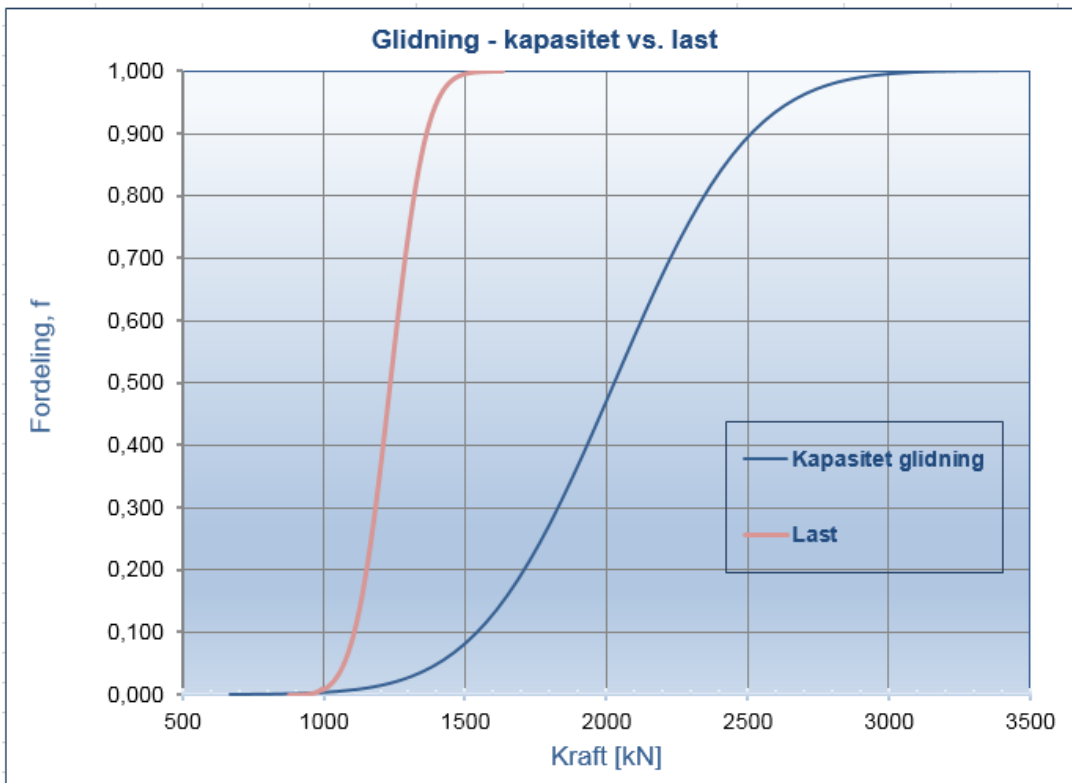


Figur 11 Punktsky ved beregning av sikkerhet mot glidning

En annen måte å presentere beregningsresultater på er å vise fordelingsfunksjonene for stabiliserende vs. drivende krefter inklusive de kumulative fordelingene. Dette er vist i følgende figurer for lasttilfellet HRV & is.



Figur 12 HRV & is, - Fordeling av vertikale krefter (kapasitet) mot horisontale krefter (last)



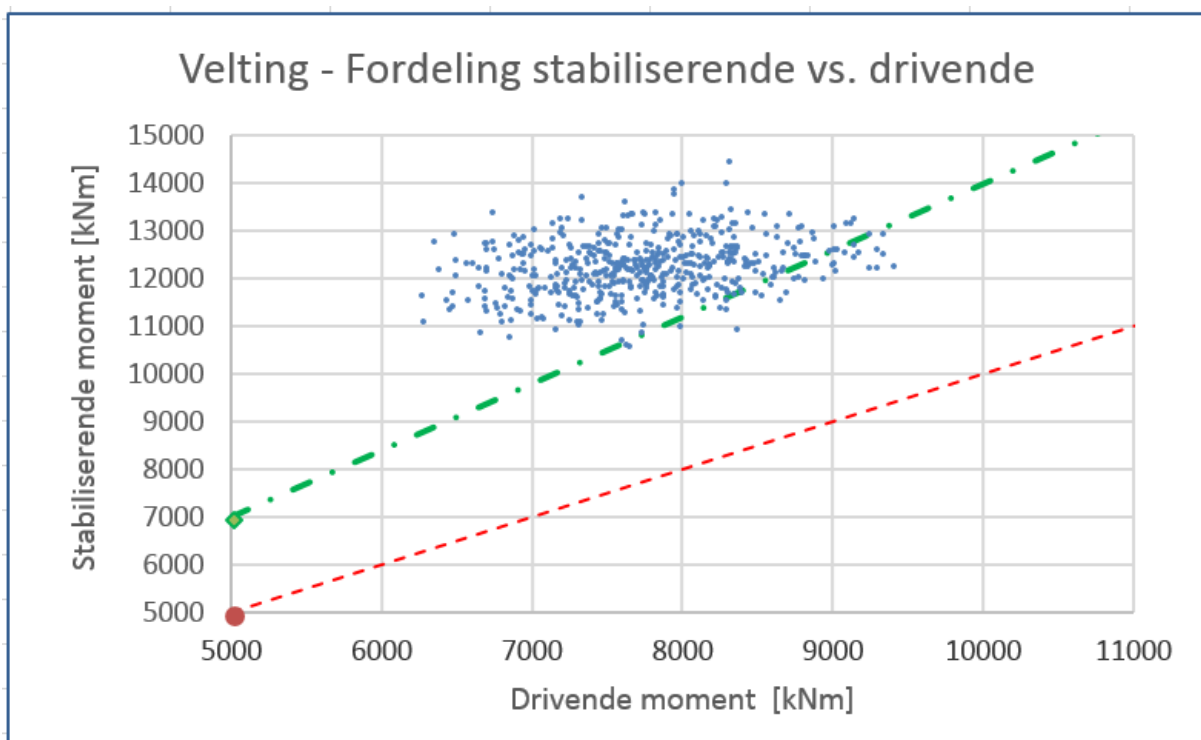
Figur 13 HRV & is, - Kumulativ fordeling av vertikale krefter (kapasitet) mot horisontale krefter (last)

## 6.5 Spredningsplott for velting

På tilsvarende måte som for glidning viser følgende figur plot av beregninger for velting ved lasttilfellet HRV & is basert på 500 utplukk. Kontroll mot velting baserer seg på forholdet mellom stabiliserende moment vs. drivende moment. Enhver beregning gir et sett av «kraftpar» av drivende og stabiliserende moment. Stabiliserende moment er vist langs vertikal akse og drivende moment langs horisontal akse. Stiplede linjer er lagt inn for å illustrere sikkerheten;

- rød stiptet linje tilsvarer forholdet mellom stabiliserende moment og drivende moment lik 1,0
- grønn strek-stiptet linje tilsvarer forholdet mellom stabiliserende moment og drivende moment lik 1,4

Figuren gir et bilde av sikkerheten mht. antall beregninger som gir som resultat at dammen er stabil mot velting (punkt over linjen) vs. ustabil (punkt under linjen). Beregningene viser at ingen punkter faller under linjen med sikkerhet 1,0.



Figur 14 Punktsky ved beregning av sikkerhet mot glidning

På tilsvarende måte som for glidning kan fordelingsfunksjonene for stabiliserende vs. drivende moment presenteres i figur form i tillegg til den kumulative fordelingen.



## 7 Kontroll

Det vises til vedlegg C for presentasjon av ulike kontrollberegninger. Følgende er der inkludert;

- Påvisning av fordeling av parametere iht. fordelingsfunksjon
- Beregning av sikkerhet mot glidning
- Beregning av sikkerhet mot velting

# Vedlegg

## Innholdsfortegnelse:

<b>Vedlegg A</b>	<b>Valg av parametere</b>	<b>33</b>
A.1	Generelt	33
A.1.1	Betongens egenvekt	33
A.1.2	Geometri	33
A.1.3	Fjellbolter	35
A.1.4	Vannstand	36
A.1.5	Istrykk	37
A.1.6	Friksjonsvinkel	39
A.1.7	Kohesjon	39
<b>Vedlegg B</b>	<b>Tolking av data for vannføring</b>	<b>41</b>
B.1	Vann-nivå ved HRV	41
B.2	Måleresultater	42
B.2.1	HRV ved dam	42
B.2.2	Vannføring ved Strømstøa	43
<b>Vedlegg C</b>	<b>Kontroll</b>	<b>44</b>
C.1	Kontroll av parameterverdi iht. fordelingsfunksjon	44
C.2	Kontroll for karakteristiske laster	45
C.2.1	Oppsummering av beregningsresultater	45
C.2.2	Glidning	45
C.2.3	Velting	45
C.3	Kontroll av konvergens i beregningene	46
<b>Vedlegg D</b>	<b>Statistikk, pålitelighet og sensitivitet</b>	<b>47</b>
D.1	Generelt	47
D.2	Grunnleggende definisjoner statistikk	47
D.3	Fordelingsfunksjoner	47
D.3.1	Normalfordeling	47
D.3.2	Log-normalfordeling	48
D.3.3	Gumbelfordeling	49
D.4	Probabilistiske metoder	50
D.4.1	Generelt	50
D.4.2	Sannsynlighet for brudd	50
D.4.3	Første ordens pålitelighetsmetoder - FORM	51
D.4.4	Monte Carlo	53

D.4.5	Konfidensintervall	54
D.5	Sensitivitet	54
D.5.1	Generelt	54
D.5.2	«En av gangen» - OAT	55
D.5.3	Behandling av resultater	55

## Vedlegg A Valg av parametere

### A.1 Generelt

Det er i det følgende utdypet valg av parametere for geometri og laster inklusive friksjonsvinkel mellom betong og fjell osv. Dette omfatter valg av type fordelingsfunksjon og verdier for middelværdi og standardavvik.

#### A.1.1 Betongens egenvekt

Det er ikke tatt ut prøver av betongen for påvisning av betongens tetthet og variasjon av tettheten i ulike deler av dammen. Under befaring er det konkludert med homogene forhold i betongen uten utpregede områder eller soner hverken med støpefeil, steinreir eller svakhetssoner for øvrig. Statistisk fordeling av tetthetens variasjon er derfor vurderet ut i fra anbefalinger gitt i JCSS Model Code del II, se Ref. /7/.

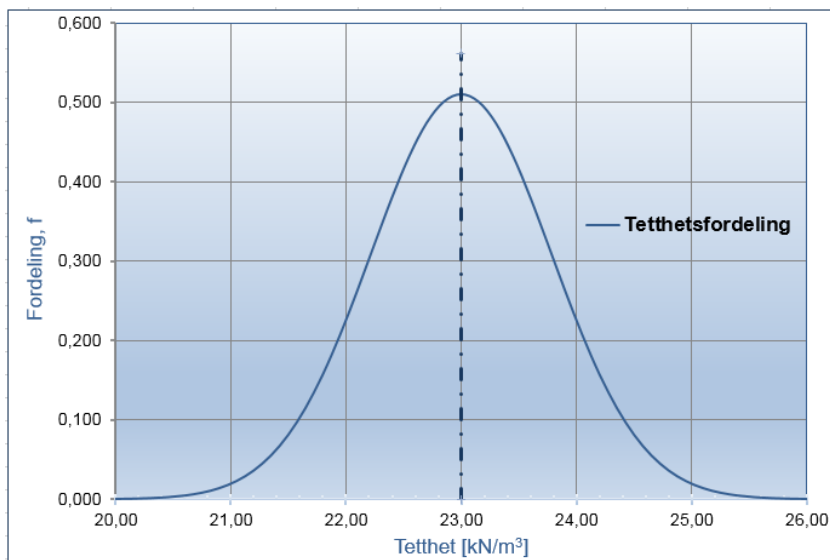
Betongens egenvekt er inkludert som en normalfordeling.

Midlere tetthet for betongen i lamelldammen er satt til: 23,0 kN/m<sup>3</sup>.

Iht. JCSS, se Ref. /7/, er det anbefalt en variasjonskoeffisient C.o.V på 0,04 for betong. Retningslinjene i Sverige, ref. Ref. /5/, kapittel III:1.4 anbefaler en ytterligere reduksjon av variasjonskoeffisienten med en faktor på 0,85 spesielt for større konstruksjoner slik som dammer. Det er i denne rapporten derfor også valgt å inkludere faktoren på 0,85.

Følgende standardavvik beregnes;

$$\sigma = c_v \cdot 0,85 \cdot \mu = 0,04 \cdot 0,85 \cdot 23,0 = 0,78 \text{ kN/m}^3$$



Figur 15 Fordelingsfunksjon for betongens tetthet [kN/m<sup>3</sup>]

#### A.1.2 Geometri

Geometri i konstruksjoner avviker ofte fra de oppgitte nominelle verdiene, dvs. det er geometriske avvik («impereksjoner»). Slike avvik vil innvirke på konstruksjonens bæreevne, her glidning og velting, og må derfor inkluderes som variabler i beregningene.

Ofte kan også deformasjoner i konstruksjonen som følge av belastning gi betydelige avvik i de nominelle geometriske målene, slike effekter benevnes ofte geometrisk ikke-linearitet eller andre ordens effekter. Enkle betraktninger i FEM-modellen for dammen påviser at deformasjonene som følge av eksempelvis belastning fra vanntrykk, is etc. er små, i størrelsesorden 0 til 3 mm. Det er vurdert at korreksjon for dette i beregningene er unødvendig da dette kun utgjør marginale endringer, eksempelvis målt i prosent. (i størrelsesorden 0,05 %, dvs. 0,5 ‰), i det endelige beregningsresultatet.

JCSS, se Ref. /7/, gir anbefalte verdier for middelerverdi og standardavvik for geometriske mål basert på de nominelle verdier. I de fleste tilfeller kan det antas at middelerverdien av et geometrisk mål er lik den nominelle verdien, dvs. basert på mål gitt på tegning. Middelerverdi for volumer beregnes direkte fra middelerverdiene for de ulike geometriske tverrsnittsmål.

Publikasjonen forslår følgende for betongtverrsnitt;

Tverrsnittsdimensjon	Middelerverdi $\mu$	Standardavvik $\sigma$
$a_{nom} < 1000$ mm	$0.003 a_{nom}$	$4 + 0,006 a_{nom}$
$a_{nom} \geq 1000$ mm	3 mm	10 mm

Det er foretatt inspeksjon av dammen inklusive registrering av hovedmål for geometrien. Dette inkluderer bl.a. høyden av dammen og bredden av seksjonene.

### Høyde dam

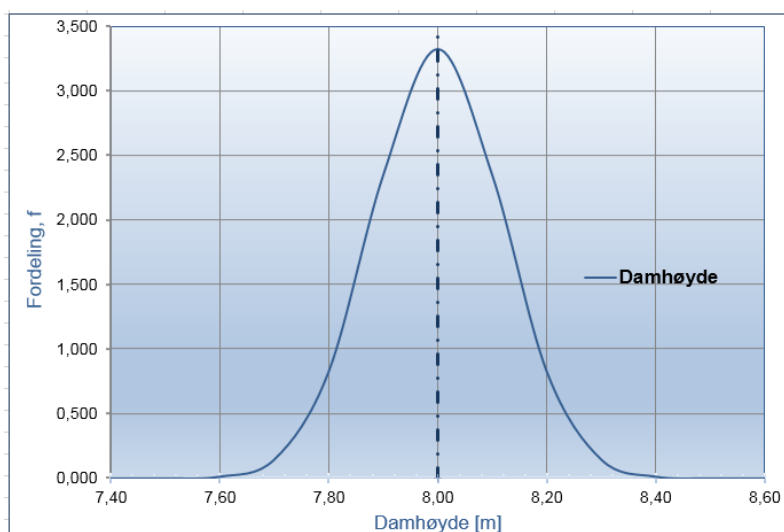
Under befaring på Hensfoss i mai 2017 ble høyden av dammen fra topp brystning til fjell på vannsiden kontrollmålt ved to ulike støpeseksjoner. Målingene var som følger;

Skråmålt: 8,1 og 7,8 m  
Vertikalmål: 8,0 og 7,7 m

Det ble også målt på luftsiden og med registrering av noe mindre høyder (0,5 – 1 m mindre), men det var der løsmasser med ukjent tykkelse og det ble antatt at fjellflaten i utgangspunktet er horisontal.

På basis av måleverdiene og tatt i betraktning at dammen skrår (blir lavere) i retning mot vannvegen, er følgende valgt:

Middelerverdi:  $\mu = 8,0$  m  
Standardavvik:  $\sigma = 0,12$  m



Figur 16 Fordelingsfunksjon for lamelldammens høyde

## Bredde dam

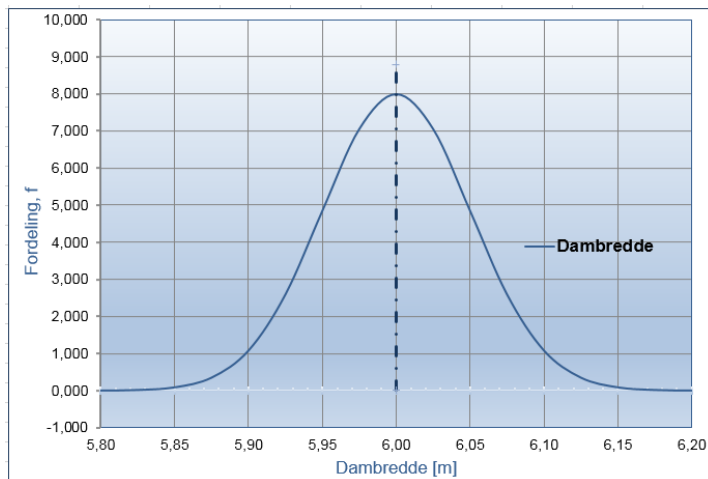
Under befaring på Hensfoss i mai 2017 ble bredden av typiske lameller i dammen målt i to ulike felt som der ble vurdert å være representative.

Pilarbredder: 1,99 til 2,02 m

På basis av måleverdiene er følgende valgt:

Middelerdi:  $\mu = 6,0$  m

Standardavvik:  $\sigma = 0,05$  m



Figur 17 Fordelingsfunksjon for lamelldammens bredde

### A.1.3 Fjellbolter

For dammer med høyde over 7 m tillates ikke medvirkning av fjellbolter for å gjøre dammen stabil for velting og glidning. Etter ønske fra prosjektet er det imidlertid foretatt tilleggsberegninger mht. glidning der effekten av medvirkende fjellbolter er vurdert. Utgangspunktet er opprinnelige tegninger som spesifiserer følgende;

Materialkvalitet («normalkvalitet») tilsvarende St 37 iht. NS 427:1939 kapittel II § 4. Det oppgis der at flytegrensen kan påregnes å være 2400 kg/cm<sup>2</sup> eller mer.

Diameter og antall: 1" 6 stk. per lamell (c/c 1,0 m)

Retningslinjene til sikkerhetsforskriften diskuterer spenning 180 N/mm<sup>2</sup> som en øvre grense ved medvirkning av fjellbolter. Generelt er det liten variasjon av flytegrensen for stål. Det bør imidlertid inkluderes sikkerhet i form av økt standardavvik grunnet boltene forankring i fjell både mht. brudd i fjellet, fjellet beskaffenhet (sprekker og riss), forankringslengde, kvalitet av gysemasse, reduksjon av tverrsnitt grunnet korrosjon etc., se Ref. /5/.

Mht. fordelingsfunksjon for fjellboltene flytegrense, diskuterer både JCSS, se Ref. /7/, og PMCD, se Ref. /5/, bruk av log-normalfordeling. Effekten av dette er at til dels store spenningsbidrag (påslag i medvirkende spenning) vil kunne beregnes ut over middelerdien, fordelingen kan derfor vurderes å være ikke-konservativ. Det er her derfor valgt en normalfordeling med følgende egenskaper for stålet:

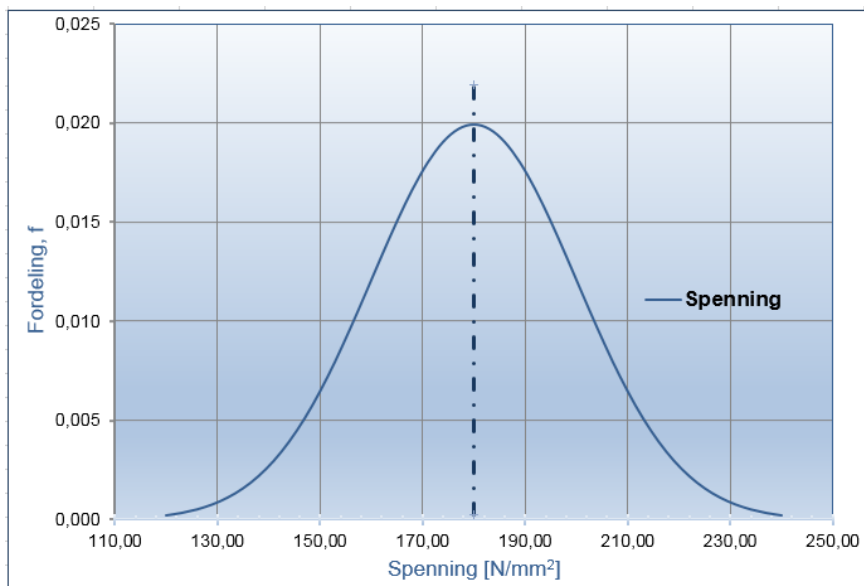
Følgende velges;

Middelerdi:  $\mu = 180,0$  N/mm<sup>2</sup>

Standardavvik:  $\sigma = 20$  N/mm<sup>2</sup>

Til konservativ side er det og valgt kun å regne med 5 av 6 virkende fjellbolter i beregningene der det har vært aktuelt å inkludere fjellbolter.





Figur 18 Fordelingsfunksjon for spenning i fjellbolt

## A.1.4 Vannstand

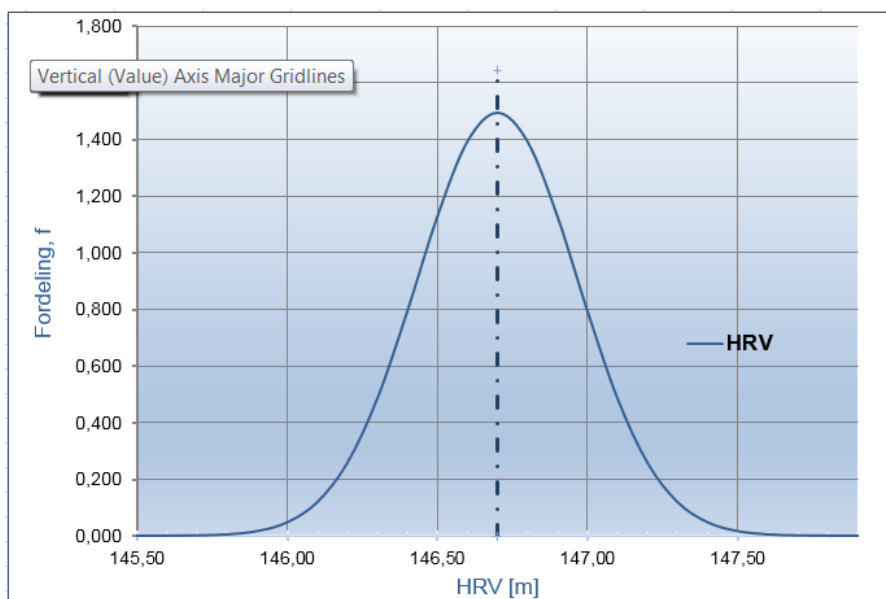
### A.1.4.1 HRV

Det vises til flomberegninger av 2011 mht. vannstands nivå ved HRV. I følge disse beregningene er HRV spesifisert til kt. +146,70.

Normalt vil vannstanden variere noe omkring dette nivået avhengig av vannføring og driftsforhold i kraftverket. Det vises til Vedlegg B for vurdering av reelt nivå for HRV og avvik, beregnet nivå HRV er noe høyere en verdiene som fremkommer i flomberegningene (se Ref. /10/).

Følgende velges;

Middelverdi (kt.):  $\mu = 146,754 \text{ m}$   
Standardavvik:  $\sigma = 0,266 \text{ m}$



Figur 19 Fordelingsfunksjon for vannstand ved HRV

Poretrykket er inkludert i beregningene iht. vanlig praksis mht. nivå og fordeling under konstruksjonen. Variasjonen av poretrykket er påført tilsvarende fordelingsfunksjonen for HRV, dvs. verdien avhenger av den tilfeldig valgte parameteren for den aktuelle beregningen (beregningsinkrementet).

Oppstrøm side: Poretrykk tilsvarende påført vanntrykk, følger fordelingsfunksjonen ved HRV  
Fordeling: Lineært avtagende til luftsiden

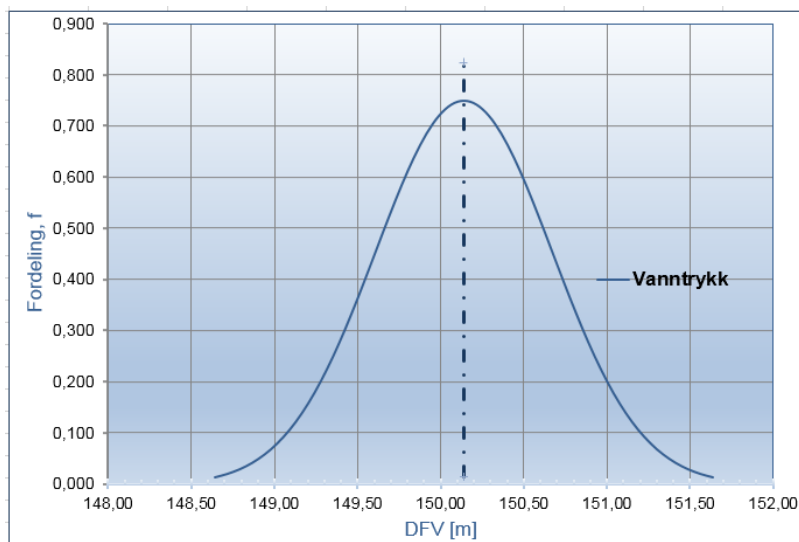
#### A.1.4.2 DFV

Det vises til flomberegninger av 2011 mht. vannstands nivå ved DFV. I følge disse beregningene er DFV spesifisert til kt. +150,14.

Normalt vil vannstanden variere omkring dette nivået avhengig av vannføring og evt. driftsforhold i kraftverket ved flom. Vannføringen påvirkes av nedbørsmengder over perioder samt snøsmelting. Da DFV er en flomsituasjon vil normalt vannføringen variere mer og raskere enn ved HRV. Tolkning av reelle verdier for variasjonsområdet rundt DFV basert på måleresultater er derfor vanskelig. Forenklet er det valgt å benytte et standardavvik tilsvarende den doble verdien av standardavviket ved HRV.

Følgende velges;

Middelverdi (kt.):  $\mu = 150,14$  m  
Standardavvik:  $\sigma = 0,53$  m



Figur 20 Fordelingsfunksjon for vannstand ved DFV

Poretrykket er inkludert i beregningene tilsvarende som for HRV og tilsvarende fordelingsfunksjonen for vanntrykket, dvs. verdien avhenger av den tilfeldig valgte parameteren for den aktuelle beregningen (beregningsinkrementet).

Oppstrøm side: Poretrykk tilsvarende påført vanntrykk, følger fordelingsfunksjonen ved DFV  
Fordeling: Lineært avtagende til luftsiden

#### A.1.5 Istrykk

Retningslinjene til sikkerhetsforskriften, se Ref. /3/ og Ref. /4/, omhandler påføring av islast. Størrelsen skal settes mellom 100 kN/m og 150 kN/m og fastsettes etter bl.a. isdekkets innspenningsforhold, vannstandsvariasjoner, frostmengde på stedet og driftserfaringer. Ved Hensfoss erfarer driftspersonell at ismengde inklusive istrykk sjelden er av særlig omfang.

Beregningsanvisningene fra lastforskriftene gir en øvre grense for islast ved hyppige variasjoner av vannstand;

$$P_{\text{is-maks}} = 205 \cdot h^{1,5}$$

der  $h$  = istykkelse [m]

Istykkelsen bestemmes ved:

$$H_{\text{maks}} = 0,02 \cdot F_{100}^{0,5}$$

der  $F$  tilsvarer frostmengden på stedet som  $F_{100}$  [ $^{\circ}\text{C} \cdot \text{dager}$ ]

Frostmengde for Bremanger kommune er hentet fra Statens vegvesens håndbok N200. For Ringerike kommune oppgis i Vedlegg 2 en frostmengde  $F_{100} = 31\,000$  [ $\text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ]. Omregnet til døgngader blir frostmengden  $1\,290$   $^{\circ}\text{C} \cdot \text{dager}$ .

Istykkelse:  $H_{\text{maks}} = 0,02 \cdot 1\,290 = 25,8$  m

Øvre grense for is:  $P_{\text{is-maks}} = 205 \cdot 25,8^{1,5} = 26,9$  kN

Den øvre grensen for islast beregnes å være beskjeden sammenlignet med retningslinjenes anbefaling om  $100$  kN/m.

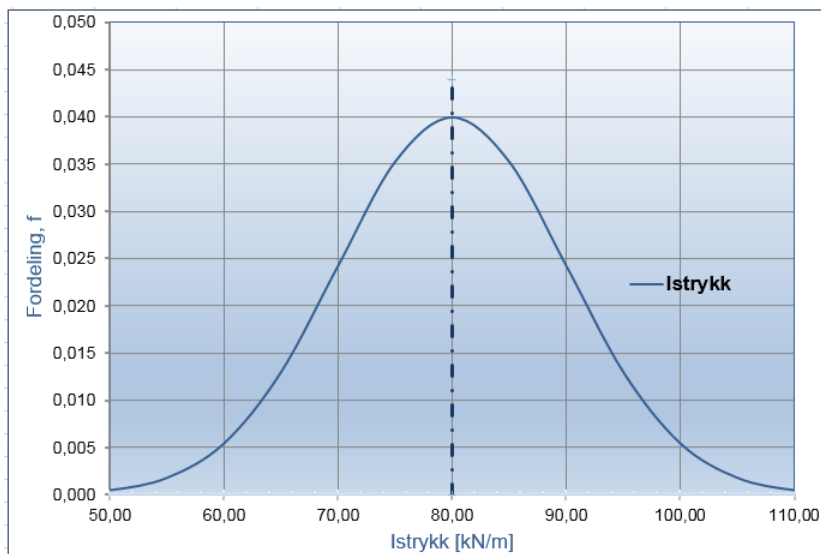
Retningslinjene oppgir at lasten regnes kun sammen med HRV. Istrykket påføres som en linjelast og skal fordeles over en høyde på  $0,5$  med resultatanten  $0,25$  m under HRV.

Iht. anbefalinger fra Sverige, ref. Ref. /5/ kapittel II:2, anbefales en log-normal-fordeling for islasten med middelværdi  $81$  kN/m og standard avvik  $86$  kN/m. Dette gir en variasjonskoeffisient på  $1,06$ . Utfordringen med en slik log-normal-fordeling resulterer i verdier (utplukk) for islast langt over  $150$  kN/m som er satt som en øvre verdi i lastforskriftene.

Følgende velges;

Middelværdi:  $\mu = 80,0$  kN/m  
Standardavvik:  $\sigma = 10,0$  kN/m

Med denne fordelingen vil en rekke beregninger inkludere en islast som er godt over  $100$  kN/m. Dette nivået ligger kun to standardavvik ( $2 \cdot \sigma$ ) over middelværdien på  $80$  kN/m og vurderes å være et fornuftig valg for lamelldammen.



Figur 21 Fordelingsfunksjon for istrykk

### A.1.6 Friksjonsvinkel

For fastsettelse av aktuell friksjon i snittet mellom betong og berg anbefales generelt uttak av prøver og forsøk i laboratoriet. Dette fordi friksjon normalt ikke er en absolutt parameter, men vil kunne variere selv innenfor samme type bergart. Retningslinjene til sikkerhetsforskriften anbefaler følgende maksimumsverdier der friksjonsvinkelen ikke er dokumentert ved prøver:

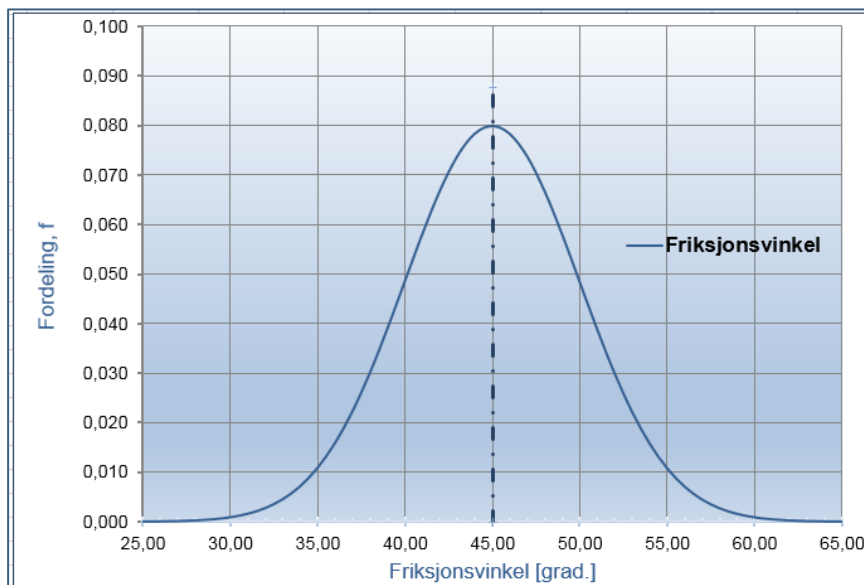
- 50 ° for harde bergarter, ru flate og gunstig skifrihet i overgang berg/betong
- 45° for harde bergarter, liten ruhet med tydelig skifrihet og løse bergarter uten skifrihet
- 40° for løse bergarter med tydelig skifrihet
- 45° for glideplan i betong

Svenske retningslinjer, se Ref. /5/, diskuterer friksjonsvinkler inklusive standardavvik i kapitlene III:3 og III:4 avhengig av om det er friksjonsvinkelen i grensesnittet mellom betong og fjell eller friksjonsvinkelen i fjellet alene. Der anbefales bruk av normalfordeling for friksjonsvinkelen.

Det er ikke inkludert betraktninger knytte til helning av vederlaget, i hovedsak grunnet manglende informasjon angående dette.

Følgende velges;

Middelverdi:  $\mu = 45,0$  grader  
Standardavvik:  $\sigma = 2,0$  grader



Figur 22 Fordelingsfunksjon for friksjonsvinkelen mellom betong og berg

### A.1.7 Kohesjon

Iht. Retningslinjene for betongdammer skal bidrag fra kohesjon ikke tas med ved kontroll mot glidning uten at slikt bidrag er bekreftet ved forsøk. Det kan imidlertid regnes med et kohesjonsbidrag på maksimum  $0,085 \sqrt{f_{cd}}$  uten dokumentasjon fra forsøk for preparerte støpeskjøter og uten gjennomgående sprekkeplan i betongen. Det er også krav til høyere sikkerhetsfaktor dersom det regnes med kohesjon; uten dokumentasjon av kohesjon ved forsøk skal sikkerhetsfaktoren i formelen for glidning være 3 for dimensjonerende laster og 2 for ulykkeslasttilfellet. Ved kohesjonsverdier som er bekreftet ved forsøk kan sikkerhetsfaktoren settes til 2,5 og 1,5 for de to respektive lasttilfellene.

Med utgangspunkt i at probabilistiske beregninger resulterer i en  $\beta$ -verdi som mål på sannsynlighet for brudd, er det i beregningene i utgangspunktet valgt å utelate kohesjon som stabiliserende bidrag ved

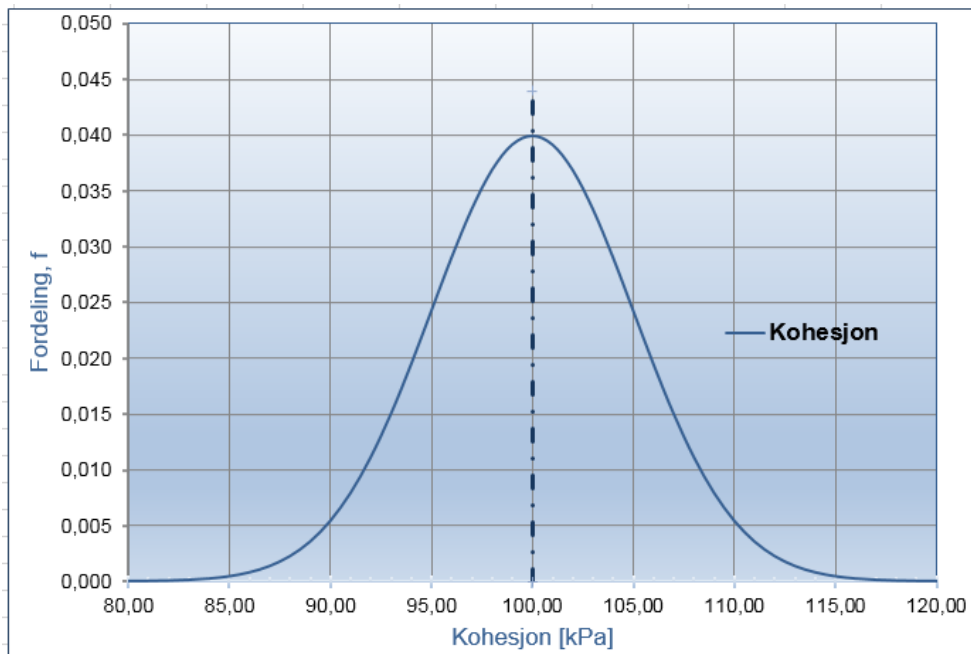
glidning. Det er dog utført kompletterende beregninger for lastilfellet HRV & is som et sammenligningsgrunnlag for å vurdere effekten av et forsiktig bidrag fra kohesjon.

Svenske retningslinjer, ref. Ref. /5/ og Ref. /6/, konkluderer også med at bidrag fra kohesjon bør utelates ved kontroll av sikkerhet mot glidning da det er knyttet store usikkerheter til dette bidraget både mht. hvor stort areal (område med kontakt) kohesjonen skal medregnes for, hvor stor kohesjonen er samt verdier for variasjon av kohesjonen innenfor arealet.

Eurokode 2, se Ref. /2/, omtaler i kapittel 6.2.5 kohesjonsbidrag i støpeskjøter. For en glatt overflate diskuterer standarden en kohesjon på  $c = 0,20 \cdot f_{ctd}$  i kombinasjon med friksjonskoeffisient  $\mu = 0,6$ . Med betongfasthet B25 blir kohesjonen ca. 200 kPa. Ved den ekstra beregningskontrollen er kohesjonen konservativt satt til 100 kPa.

Følgende velges;

Middelværdi:	$c = 100 \text{ kPa}$
Standardavvik:	$\sigma = 5,0 \text{ kPa}$



Figur 23 Fordelingsfunksjon for kohesjon i snittet betong mot berg

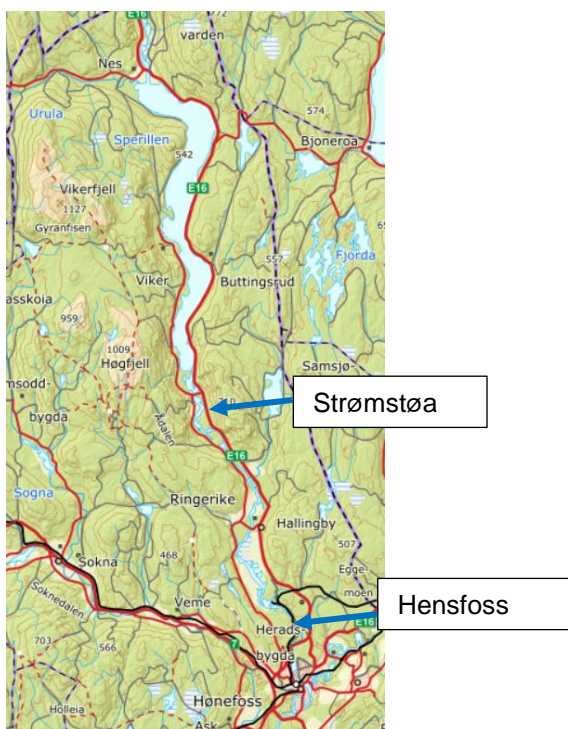
## Vedlegg B Tolking av data for vannføring

### B.1 Vann-nivå ved HRV

Vedlegget inkluderer vurdering av vannnivå ved HRV samt beregning av standardavvik basert på mottatte måleresultater for vannføring og kotenivå av vannspeilet.

For Hensfoss er det mottatt målinger av vannstand ved dammen for perioden 2006-2017.

Ved Strømsstøa nedstrøm Sperillen er det mottatt vannføring for perioden 1980-2016. Strømsstøa er et stykke oppstrøm Hensfoss, og det vil komme noe lokaltilsig ved mye nedbør og snøsmelting.



Figur 24 Oversiktskart

I det vedlagte er kotenivået for vannspeilet ved dammen vurdert. Det er tatt utgangspunkt i fire perioder alle fra 1. juli til 31. desember for årene 2006, 2007, 2011, 2014. Følgende tabell oppsummerer resultatene fra tolkingen av måleverdiene.

Tabell 7 Vann-nivå HRV og beregnet standardavvik

År	HRV middelverdi [kt.]	Standardavvik [m]
2006	146,759	0,204
2007	146,748	0,265
2011	146,843	0,340
2014	146,666	0,255
<b>Middel</b>	<b>146,754</b>	<b>0,266</b>



## B.2 Måleresultater

### B.2.1 HRV ved dam

Følgende viser utsnitt av måleresultater over kotenivå vannspeil ved dam Hensfoss fra perioden 2006 til 2017.

*Tidsserier over variasjon av vannføring (kt.)*

*Hensfoss dam 2006 –*

	Dram-51.312.Hensfos-T1000AOK -0102 [Meter]	Dram-51.312.Hensfos-T1000AOK -0102 [Meter] orig
01/01/2006 01	146,58	146,58
01/01/2006 02	146,58	146,58
01/01/2006 03	146,58	146,58
01/01/2006 04	146,59	146,59
01/01/2006 05	146,59	146,59
01/01/2006 06	146,58	146,58
01/01/2006 07	146,58	146,58
01/01/2006 08	146,59	146,59
01/01/2006 09	146,58	146,58
01/01/2006 10	146,59	146,59
01/01/2006 11	146,59	146,59
01/01/2006 12	146,58	146,58
01/01/2006 13	146,59	146,59
01/01/2006 14	146,58	146,58
01/01/2006 15	146,58	146,58
01/01/2006 16	146,58	146,58
01/01/2006 17	146,58	146,58
01/01/2006 18	146,58	146,58
01/01/2006 19	146,58	146,58
01/01/2006 20	146,58	146,58
01/01/2006 21	146,58	146,58

1/7-2007 til 31/12 2007

30/06/2007 23	<b>Fordeling</b>			
30/06/2007 24			(verdi-middel)^2	
01/07/2007 01	147,11		0,131076129	
01/07/2007 02	147,11		0,131076129	
01/07/2007 03	147,11		0,131076129	
01/07/2007 04	147,11		0,131076129	
01/07/2007 05	147,11		0,131076129	
01/07/2007 06	147,11		0,131076129	
31/12/2007 17	146,59		0,02494998	
31/12/2007 18	146,59		0,02494998	
31/12/2007 19	146,59		0,02494998	
31/12/2007 20	146,6		0,021890867	
31/12/2007 21	146,6		0,021890867	
31/12/2007 22	146,6		0,021890867	
31/12/2007 23	146,6		0,021890867	
31/12/2007 24	146,6		0,021890867	
01/01/2008 01				
01/01/2008 02	<b>648 185,7</b>	Sum	<b>309,52</b>	sum( x - xmiddel)^2
01/01/2008 03	<b>4 417</b>	Antall		
01/01/2008 04	<b>146,748</b>	Middelverdi	<b>0,265</b>	Standardavvik

### B.2.2 Vannføring ved Strømstøa

Følgende viser måleresultater av vannføringen ved Strømstøa nedstrøm Sperillen. Målingene er for perioden 1980 til 2016, kun et utsnitt av resultatene er vist.

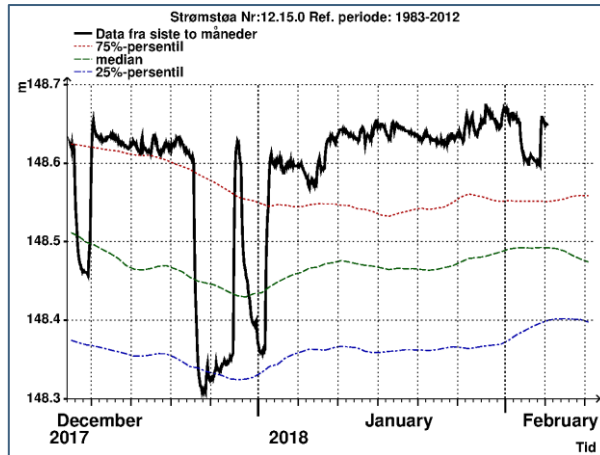
*Strømstøa nedstrøms Sperillen 1980 - 2016*

12.15.0.1001.0 Strømstøa Fra:01.01.1980 12:00  
Til:31.12.2016 12:00 HYDAG\_POINT Døgn-verdier  
Enhet:m<sup>3</sup>/s

01.01.1980 12:00	64,52
02.01.1980 12:00	63,81
03.01.1980 12:00	64,52
04.01.1980 12:00	64,52
05.01.1980 12:00	64,52
06.01.1980 12:00	64,52
07.01.1980 12:00	63,81
08.01.1980 12:00	64,52
09.01.1980 12:00	65,23
10.01.1980 12:00	65,23
11.01.1980 12:00	65,23
12.01.1980 12:00	65,23
13.01.1980 12:00	65,23
14.01.1980 12:00	64,52
15.01.1980 12:00	65,23
16.01.1980 12:00	64,52
17.01.1980 12:00	66,68
18.01.1980 12:00	65,23

01.01.1998 12:00	60,01
02.01.1998 12:00	60,18
03.01.1998 12:00	60,04
04.01.1998 12:00	59,51
05.01.1998 12:00	59,78
06.01.1998 12:00	66,23
07.01.1998 12:00	69,76
08.01.1998 12:00	68,83
09.01.1998 12:00	68,05
10.01.1998 12:00	68,15
11.01.1998 12:00	68,13
12.01.1998 12:00	68,72
13.01.1998 12:00	68,87
14.01.1998 12:00	68,94
15.01.1998 12:00	69,08

01.01.2015 12:00	81,87
02.01.2015 12:00	82,65
03.01.2015 12:00	81,53
04.01.2015 12:00	81,5
05.01.2015 12:00	81
06.01.2015 12:00	81,38
07.01.2015 12:00	82,46
08.01.2015 12:00	82,3
09.01.2015 12:00	82,13
10.01.2015 12:00	81,77
11.01.2015 12:00	75,1
12.01.2015 12:00	69,67
13.01.2015 12:00	81,33
14.01.2015 12:00	79,9
15.01.2015 12:00	79,77



## Vedlegg C Kontroll

### C.1 Kontroll av parameterverdi iht. fordelingsfunksjon

Det er utført en verifikasjon på at et sett (utplukk) av genererte verdier for en parameter iht. en gitt normalfordeling reelt følger den angitt fordelingen. Verdier for en parameter genereres etter en «random» prosedyre. Inngangsverdiene til generatoren er eksempelvis middelvei og standardavvik (normalfordeling), og antall verdier som hentes ut er tilsvarende det antall beregninger etter Monte Carlo metoden kjøringen er satt til å utføre.

I det følgende er det for betongens tetthet vist i utskrift fra beregningene generering av tilfeldig «random» tall og hvilken tetthet som da ble valgt under simuleringen for den enkelte beregning. Øvelsen er gjennomført for henholdsvis 10, 100 og 1000 parametersett (utplukk).

Forutsatt middelvei: 23,0 kN/m<sup>2</sup>  
Forutsatt standardavvik: 0,78 kN/m<sup>3</sup>

Etterberegningen viser at med økende antall parametersett (gjennomkjøringer etter MCS-metoden) øker nøyaktigheten av middelveien for betongens tetthet og standardavvik sammenlignet mot input-verdiene gitt i kjøringene.

Tabell 8 Dokumentasjon av beregningsnøyaktighet avhengig av antall parametersett

Ant. parameter-sett («utplukk»)	Tetthet, beregnet middelvei	Tetthet, avvik ifht. spesifisert verdi	Beregnet standardavvik,	Standardavvik, avvik ifht. spesifisert verdi
	[kN/m <sup>3</sup> ]	[%]	[kN/m <sup>3</sup> ]	[%]
10	23,845	3,67	1,311	68,0 <sup>1)</sup>
100	23,082	0,356	0,810	3,85
1000	22,979	0,091	0,800	2,56

1) Standardavvik beregnes som kvadrattoren av variansen, variansen utregnes basert på kvadratet av differansen mellom aktuell verdi og middelvei dividert med antallet fratrukket 1 (dvs. n-1), se kapittel D.1. Dette forklarer noe av størrelsen på avviket for standardavviket med kun 10 «utplukk».

Standardavvik: 1,311				Standardavvik: 0,810				Standardavvik: 0,800			
Varians: 1,719				Varians: 0,655				Varians: 0,641			
Middelvei: 23,845				Middelvei: 23,082				Middelvei: 22,979			
Sum: 238,449 15,473				Sum: 2308,215 64,882				Sum: 22979,108 639,950			
Antall: 10				Antall: 100				Antall: 1000			
	$x_i$	$(x_i - my)^2$		$x_i$	$(x_i - my)^2$		$x_i$	$(x_i - my)^2$		$x_i$	$(x_i - my)^2$
1	5,362	27,183	11,140	1	0,585	23,456	0,140	1	1,156	23,902	0,851
2	-0,720	22,438	1,978	2	-0,125	22,902	0,032	2	-0,021	22,984	0,000
3	0,145	23,113	0,536	3	-0,685	22,466	0,380	3	-0,780	22,392	0,345
4	1,274	23,994	0,022	4	0,229	23,178	0,009	4	0,845	23,659	0,463
5	0,336	23,262	0,340	5	0,329	23,257	0,030	5	-0,242	22,812	0,028
6	1,007	23,785	0,004	6	-0,400	22,688	0,155	6	-0,532	22,585	0,155
7	1,676	24,307	0,214	7	0,193	23,151	0,005	7	0,491	23,383	0,163
8	-0,082	22,936	0,826	8	-0,125	22,902	0,032	8	-0,381	22,703	0,076
9	1,476	24,152	0,094	9	-0,718	22,440	0,412	9	-1,023	22,202	0,603
10	0,359	23,280	0,319	10	-0,646	22,496	0,343	10	-1,407	21,903	1,159
				11	-1,166	22,090	0,984	11	-1,449	21,869	1,231
				12	-2,000	21,440	2,697	12	-0,937	22,269	0,504
				13	1,774	24,384	1,694	13	-0,406	22,683	0,088
				14	1,022	23,797	0,511	14	0,173	23,135	0,024
				15	-1,437	21,879	1,447	15	0,691	23,539	0,313
				16	0,879	23,686	0,365	16	-0,331	22,741	0,056
				17	-1,579	21,768	1,727	17	-0,354	22,724	0,065
				18	0,079	23,061	0,000	18	0,066	23,051	0,005
				19	0,933	23,727	0,416	19	-0,844	22,341	0,407
				20	0,417	23,325	0,059	20	0,775	23,604	0,391

Figur 25 Utskrift fra beregningene med utplukk av verdier for betongens tetthet ( $x_i$ ) og behandling av resultatene (kun 20 verdier vist der antall parametersett er 100 og 1000)

## C.2 Kontroll for karakteristiske laster

Følgende inkluderer en statisk beregningskontroll av lamelldammen for parametersett basert på middelveidene for de ulike parameterne som inngår i beregningene. Dette inkluderer geometri, laster inklusive friksjonsvinkel. Det er kontrollert for sikkerhet mot glidning og velting.

Følgende er lagt til grunn:

Damhøyde: 8,0 m  
Dambredde: 6,0 m  
Vannstand: HRV

### C.2.1 Oppsummering av beregningsresultater

Tabell 9 Beregning av sikkerhet mot glidning og velting

Lamelldam Hensfoss									
Sammenstilling beregningsresultater									
Dato: 12.06.2018 /tks									
	Resulterende kraft [kN]	Horisontalkraft [kN]	Arm [m]	Moment [kNm]	Vertikalkraft [kN]	Arm [m]	Moment [kNm]		
<b>Egenvekt</b>	2 504				2 503,8	4,529	11 338,9		
<b>Ytre krefter</b>									
Vannstand HRV	767	751,7	1,667	1 252,9	150,3	6,417	964,7		
Poretrykk HRV (konstant)	-659				-659,4	5,332	-3 515,8		
Istrykk	612	600,0	4,75	2 850,0	120,0	6,433			
DFV	2 173	2 131,2	2,813	5 995,8	426,2	6,187	2 637,3		
Poretrykk DFV (konstant)	-1 113				-1 113,1	5,332	-5 934,7		
<b>Fjellbolter i frontplate</b>									
Bolte diameter	25 mm								
Bolteavstand	1,0 m								
Tillatt boltespenning	180 N/mm <sup>2</sup>								
Avstand fra vannside	0,3 mm	530,1			530,1	6,45	3 419,4		

### C.2.2 Glidning

For lasttilfellet HRV & is er minste sikkerhet for glidning beregnet etter NVE sine anvisninger i retningslinjene til sikkerhetsforskriften beregnet til 1,5. Beregningene er utført uten bidrag fra bolter og kohesjon.

Tabell 10 Oppsummering beregning av sikkerhet mot glidning

Glidning			
Friksjonsvinkel mot fjell:	45,0	grader	
Lastsituasjon	Stabiliserende krefter	Drivende krefter	Sikkerhet
HRV	1 994,7	751,7	<b>2,65</b>
HRV&is	1 994,7	1 351,7	<b>1,48</b>
HRV&is med fjellbolt	2 524,9	1 351,7	<b>1,87</b>
DFV	1 816,9	2 131,2	<b>0,85</b>

### C.2.3 Velting

For lasttilfellet HRV & is er minste sikkerhet for velting beregnet etter NVE sine anvisninger i retningslinjene til sikkerhetsforskriften beregnet til 1,6.

Tabell 11 Oppsummering beregning av sikkerhet mot velting

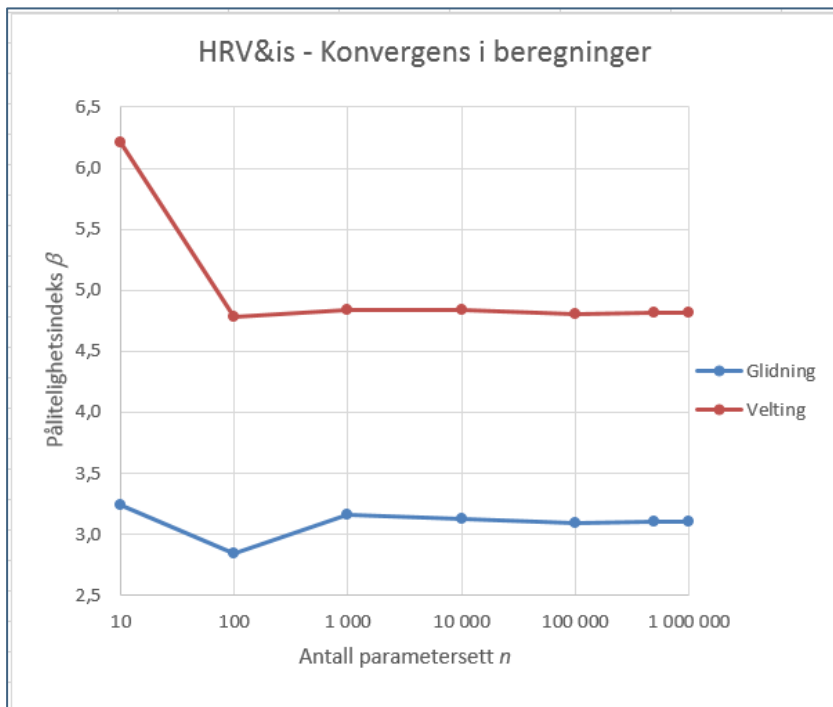
Velting				
Lastsituasjon	Stabiliserende moment	Drivende moment	Sikkerhet	
HRV	12 303,6	4 768,7	<b>2,58</b>	
HRV&is	12 303,6	7 618,7	<b>1,61</b>	
HRV&is med fjellbolt	15 723,0	7 618,7	<b>2,06</b>	
DFV	13 976,2	11 930,4	<b>1,17</b>	

### C.3 Kontroll av konvergens i beregningene

Det er gjort en øvelse der det er sett på effekten av å øke antall «utplukk» eller parametersett mht. beregnede verdier av pålitelighetsindeksen  $\beta$  (og dermed også sannsynlighet for brudd). Beregningene er gjennomført for det ordinære lasttilfellet HRV & is uten bidrag fra fjellbolter eller kohesjon.

Det er totalt gjort syv runder med kjøring og der antall utplukk er satt til henholdsvis 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000, 500 000 og  $1 \cdot 10^6$ .

Kontrollen viser at modellen allerede fra ca. 100 000 utplukk oppnår stabilitet i beregningsresultatene både for sikkerhet mot glidning og velting. Dette er illustrert i følgende Figur 26 som viser pålitelighetsindeksen mot antall beregninger.



Figur 26 Pålitelighetsindeks  $\beta$  imot antall parametersett (utplukk)

## Vedlegg D Statistikk, pålitelighet og sensitivitet

### D.1 Generelt

Følgende inkluderer forklaring av statistiske parametere som benyttes i beregningene av pålitelighetsindeksen  $\beta$ .

### D.2 Grunnleggende definisjoner statistikk

Følgende variable defineres;

Middelverdien  $\mu$  defineres ved uttrykket: 
$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

der  $n$  er antall prøver  
 $x_i$  er variabelens verdi

Variansen beskriver fordelingen av den variable om middelverdien;

$$VAR(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2$$

Standardavviket defineres som kvadratroten av variansen;

$$\sigma = \sqrt{VAR(X)}$$

Variasjonskoeffisienten (C.o.V) er forholdet mellom standardavviket og middelverdien;

$$\text{C.o.V } c_v = \frac{\sigma}{\mu}$$

Koeffisienten er dimensjonsløs og er et uttrykk for usikkerheten i parameteren. En liten usikkerhet vil typisk kunne være en variasjonskoeffisient C.o.V =0,05 mens en fordeling med stor usikkerhet vil kunne være representert med størrelsesorden C.o.V =0,25.

### D.3 Fordelingsfunksjoner

For parametere som beskriver materialenes og konstruksjonens kapasitet (og modell-usikkerhet) benyttes gjerne normalfordelinger, log-normal fordeling eller Weibull-fordelinger. Normalfordelinger har gjerne også vanligvis blitt brukt for variable laster ved vurdering av laster som er av ikke-utmattende karakter.

#### D.3.1 Normalfordeling

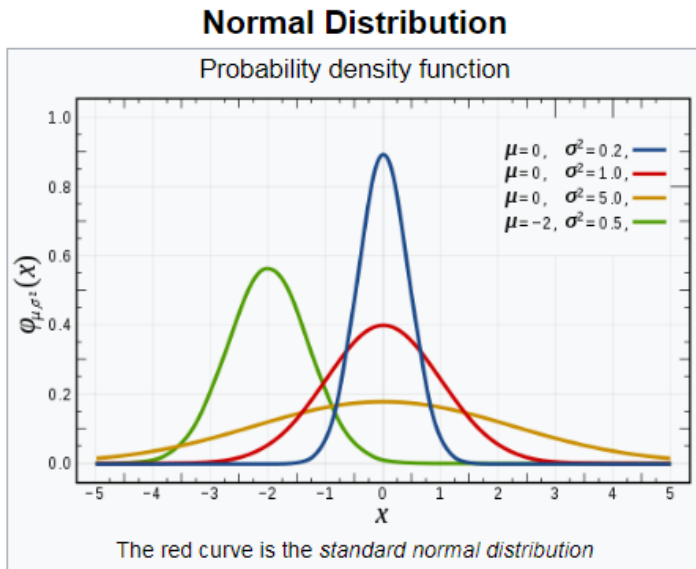
En normal- eller Gauss-fordeling er den mest vanlige funksjonen for sannsynlighetsfordeling, en rekke ulike parametere faller automatisk inn under denne formen.

Sannsynlighetsfordelingen defineres som;

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \text{ for } -\infty \leq x \leq \infty$$



der  $\mu$  er middelværdien  
 $\sigma$  er standardavviket



Figur 27 Normalfordeling [Wikipedia]

### D.3.2 Log-normalfordeling

En log-normalfordeling er en sannsynlighetsfordeling av en variabel der dens logaritme er normalfordelt. Hvis den tilfeldig variable  $X$  er log-normal-fordelt vil  $Z = \ln(X)$  ha en normalfordeling.

Hvis logaritmen til  $X$  er normalfordelt kan vi uttrykke  $X$  som;

$$X = e^{(\mu + \sigma Z)}$$

der  $Z$  er en normalfordelt standard variabel

Sannsynlighetsfordelingen defineres som (får samme form som normalfordeling, men ulike definisjoner av  $\mu$  og  $\sigma$ );

$$f_x(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{for } -\infty \leq x \leq \infty$$

der  $\mu$  er middelværdien  
 $\sigma$  er standardavviket

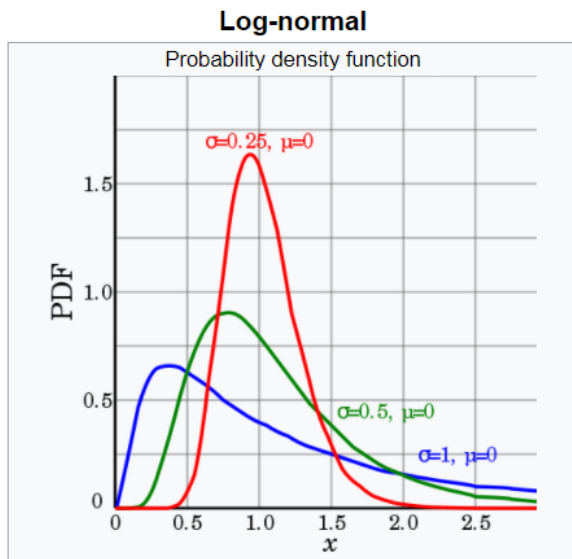
Dersom en innfører følgende notasjoner for prøveverdiene for middelværdi og standardavvik (ikke på logaritmeform):

$m$  som middelværdien  
 $v$  som standardavviket

kan middelværdien  $\mu$  og standardavviket  $\sigma$  uttrykkes som:

$$\mu = \ln\left(\frac{m}{\sqrt{1 + \frac{v}{m^2}}}\right)$$

$$\sigma^2 = \ln\left(1 + \frac{v}{m^2}\right)$$



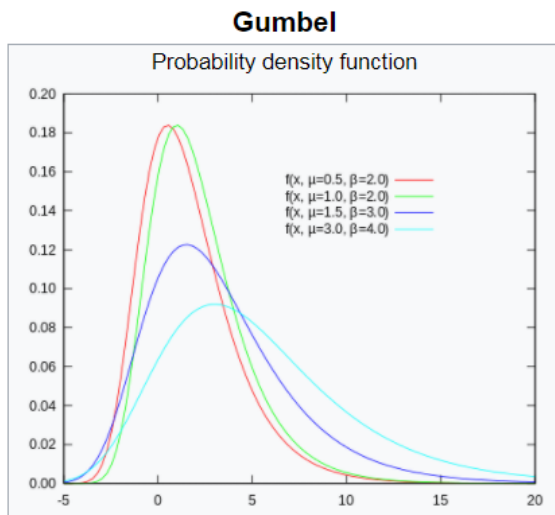
Figur 28 Log-normalfordeling [Wikipedia]

Skjevheten i fordelingen uttrykkes ved;

$$(e^2 + 2)\sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$$

### D.3.3 Gumbelfordeling

En Gumbelfordeling benyttes eksempelvis for beskrivelse av ekstremverdifordelinger, og der en gjerne kun har et fåtall av målinger for ekstremverdiene. Fordelingen er derfor nyttig ved beskrivelse av flomtall der en gjerne har høye gjentaksintervall. Ytterligere beskrivelse av fordelingen er ikke gjengitt her da den ikke er benyttet i beregningene.



Figur 29 Gumbelfordeling [Wikipedia]

## D.4 Probabilistiske metoder

### D.4.1 Generelt

Det vises til kapittel 4 angående grunnleggende beskrivelse av probabilistiske beregninger generelt og beskrivelse av ulike nivåer for som benyttes for vurdering av pålitelighet.

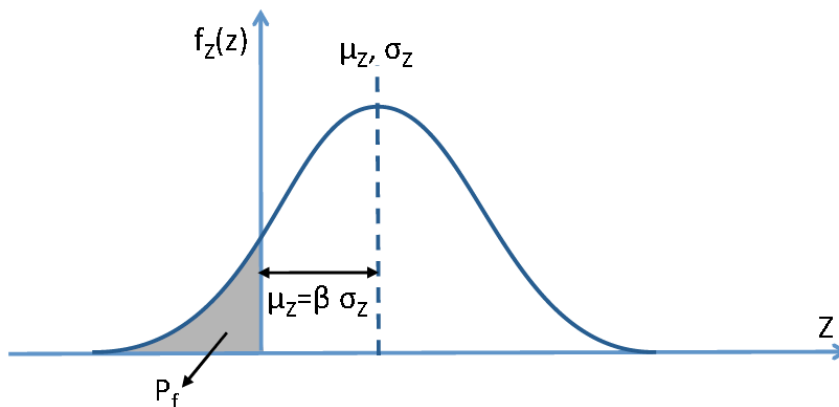
### D.4.2 Sannsynlighet for brudd

Som diskutert i hovedrapporten er det ved kontroll for sikkerhet mot glidning og velting etter probabilistiske metoder vanlig å skille lastbidragene i en kapasitetsside; stabiliserende bidrag  $R$ , og en lastside; drivende bidrag  $Q$  (eller  $S$ ). I litteraturen benyttes gjerne en funksjon benevnt  $g(X)$  som en ytelsesfunksjon. Grenselinjeflata (limit state surface) utgjøres av grensen mellom områdene der beregningene gir brudd og resultater til sikker side; grenselinjen defineres som  $g(X) = 0$ .

Når  $R$  og  $Q$  ikke er korrelerte for normalfordelte variable kan det vises at pålitelighetsindeksen er relatert til sannsynligheten for brudd ved;

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad \text{eller} \quad P_f = \Phi(-\beta)$$

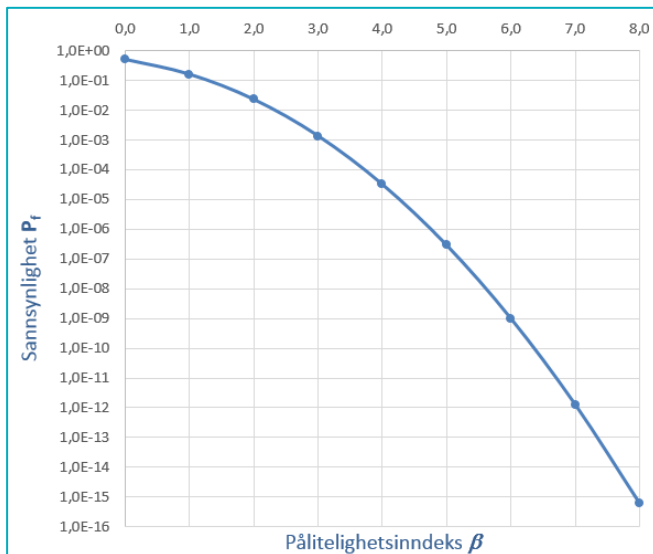
Det kan vises at dersom de ulike parameterne er normalfordelte, blir også fordelingen av beregningsresultatet (sikkerheten) normalfordelt. Sannsynligheten for brudd  $P_f$  beregnes som integralet under normalfordelingen for området som befinner seg til venstre for produktet av pålitelighetsindeksen  $\beta$  og standardavviket  $\sigma_z$  (dvs.  $\beta \cdot \sigma_z$ ).



Figur 30 Illustrasjon av pålitelighetsindeksen og sannsynlighet for brudd

Pålitelighetsindeksen som mål for konstruksjonens sikkerhet er da et uttrykk for antall standard avvik som middelverdien av den beregnede sikkerheten befinner seg på til sikker side for eksempelvis et brudd. Brudd i denne sammenheng er da enten glidning eller velting, begge med sikkerhet om 1,0.

Sammenhengen mellom pålitelighetsindeksen og sannsynligheten for brudd er vist i følgende Figur 31. Det vises også til tabell C1 i eurokode 0, se Ref. /1/.



$P_f$	$\beta$
$10^{-1}$	1.28
$10^{-2}$	2.33
$10^{-3}$	3.09
$10^{-4}$	3.71
$10^{-5}$	4.26
$10^{-6}$	4.75
$10^{-7}$	5.19
$10^{-8}$	5.62
$10^{-9}$	5.99

Figur 31 Sammenheng mellom sannsynlighetsfordeling  $P_f$  og pålitelighetsindeks  $\beta$

### D.4.3 Første ordens pålitelighetsmetoder - FORM

Som omtalt i hovedkapittelet er disse metodene basert på ulike tilnærminger for kapasiteten (sannsynligheten) og krever ikke så stort omfang av beregninger sammenlignet med eksempelvis Monte Carlo metoden.

Sikkerheten kan generelt uttrykkes gjennom forskjellen mellom kapasitet og last. Med matematiske fordelinger (Probabilistic Density Functions - PDF) av parametere som inngår i kapasiteten  $f_D(r)$  og lastsiden  $f_D(d)$  er det mulig å beregne en tredje probabilitetsfordeling (PDF) for selve sikkerheten.

Ytelsesfunksjonen skrives som:  $g(x) = R - S$

der  $R$  er kapasitet

$S$  er lastvirkning

#### FOSM

Metoden inkluderer kun middelvei og standardavvik og omtales som *First Order Second Moment (FOSM)*. Sannsynligheten for brudd i konstruksjonen  $P_f$  uttrykkes så ved funksjonen;

$$P_f = P(R < S) = P(R - S < 0)$$

$$P_f = P(f_D(r) - f_D(d) < 0)$$

Ytelsesfunksjon  $g(x)$  (eller  $Z$ ) er karakterisert av en middelvei  $\mu_z = \mu_R - \mu_S$  og et standard avvik  $\sigma_z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$

Dette skrives på følgende form der konstruksjonen vurderes tilfredsstillende dersom  $g(x) > 0$  og går til brudd dersom  $g(x) \leq 0$ . Dette gir formen:

$$P_f = \text{Prob}(g \leq 0) = \text{Prob}(g \leq \mu_z - \beta \sigma_z)$$

Dette kan skrives på formen:

$$P_f = \Phi \left[ \frac{0 - \mu_z}{\sigma_z} \right] = \Phi [-\beta]$$

der  $\Phi$  er den kumulative fordelingsfunksjonen

$\beta = \mu_z / \sigma_z$  er pålitelighetsindeksen

Pålitelighetsindeksen kan også uttrykkes som:

$$\beta = 1 - P_f$$

Hvis både kapasitet og last er normalfordelte, blir også fordelingen for sikkerheten normalfordelt. Sikkerhetsmarginen blir;

Middelverdi for sikkerhetsmarginen:  $= f_D(r) - f_D(s)$

Standardavviket for sikkerhetsmarginen  $= \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$

der  $f_D(r)$  og  $f_D(s)$  er middelveier, og  $\sigma_R$  og  $\sigma_S$  er standardavvik for fordelingen av hhv. kapasitet og last.

Denne sannsynligheten for brudd (FOSM) ble utviklet av Cornell (1969) og som fikk navnet «Cornell's safety index»:

$$\beta_C = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \left\{ \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right\}$$

### AFOSM

Metoden omtales som *Advanced First Order Second Moment (FOSM)* og ble videreutviklet av Hasofer og Lind (1974).

Fastsettelsen av pålitelighetsindeksen ble utviklet basert på transformasjon av problemet til et standardisert koordinatsystem. En tilfeldig variabel blir omskrevet til;

$$X_i' = ((X_i - \mu_{xi}) / \sigma_{xi}) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

der  $X_i'$  er den tilfeldige variable i det transformerte koordinatsystemet med 0 som middelveier og et enhets standardavvik.

$X_i$  er verdien i det opprinnelige koordinatsystemet

Grenselinjefunksjonen kan da etableres som  $g(X') = 0$ .

Pålitelighetsindeksen etter *Hasofer-Lind* blir et uttrykk for den minste avstanden i rommet fra origo i det transformerte aksesystemet til grenselinjeflaten, se Figur 32. Enkel geometri viser at dette kan uttrykkes som:

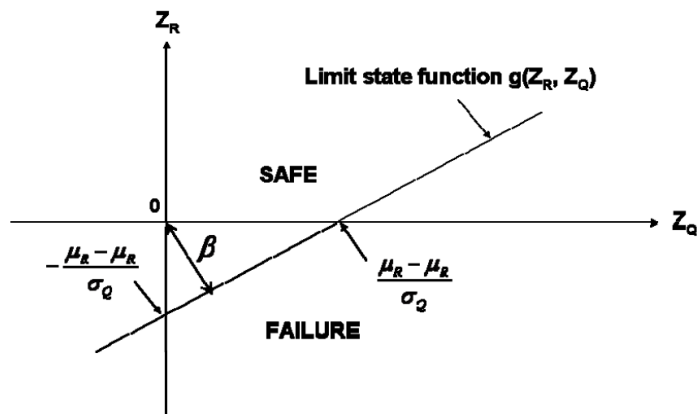
$$\beta_{HA} = \left\{ \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right\}$$

Punktet på grenselinjeflaten med minst avstand kalles *design punktet* og kan uttrykkes ved en vektor  $\mathbf{x}$ .

I tilfeller der  $g$  er en lineær funksjon blir pålitelighetsindeksen  $\beta_{HA}$  lik  $\beta_C$  (FOSM).

På tilsvarende måte som for FOSM kan *Hasofer-Lind* indeksen benyttes til å beregnes sannsynligheten for brudd som  $P_f = \Phi(-\beta_{HL})$ . Dette tilsvarer integralet av en standard normalfordelingsfunksjon frem til origo.

Det nevnes også at *Hasofer-Lind* indeksen ikke påvirkes av hvilken form sikkerheten er etablert etter, eksempelvis som  $(R-S = 0)$  eller  $(R/S = 1)$ , den geometriske formen og avstanden fra origo for punktet på grenselinjeflaten blir den samme.



Figur 32 Pålitelighetsindeksen definert som den minste avstanden til grensesnittfunksjonen  $g(Z_R, Z_Q)$   
[NPTEL, MHRD, Govt. of India]

#### D.4.4 Monte Carlo

Som omtalt i hovedkapittelet er dette en «nivå III» -metode som inkluderer en komplett probabilistisk metode. Den innehar ikke noen form for linearisering og ansees å være mest nøyaktige og fungerer også for ikke-lineære problemer. Ulempen med metoden er omfanget av antall beregninger (tilfeldig utvalgte sett av parameterkombinasjoner) og kan vil derfor medføre lang regnetid for å oppnå tilfredsstillende nøyaktighet. Monte Carlo simulering er en teknikk for numerisk integrasjon av tilfeldige tall. Den unngår behov for integrasjon av ligninger noe som kan bli komplekst.

Generelt beskrives metoden som følger:

- MCS inkluderer bruk av flere inputparametere samtidig for å beregne en sannsynlighetsfordeling for en eller flere resultatverdier.
- Ulike typer av sannsynlighetsfordelinger kan tilordnes de ulike input-verdiene i regnemodellen. Dersom det er usikkerheter knyttet til hvilken fordelingsfunksjon en parameter sorterer inn under, må en velge den en finner best egnet for den aktuelle parameteren, også sett opp mot regelverk og hva som skal beregnes.
- Bruk av tilfeldige verdier av parametere karakteriserer MCS som en stokastisk metode. De tilfeldige valgte verdiene av parametere er i utgangspunktet uavhengige, dvs. det er ingen korrelasjon (sammenheng) mellom de ulike parametere.
- Bruk av MCS resulterer i en fordeling av resultatene (beregningsverdiene) i stedet for én spesifikk verdi (resultat), dvs. det fremkommer en sannsynlighetsfordeling av spredningen av resultatet.

Hver MCS-simulering vil generelt benytte ulike sett av de tilfeldige variablene (generering av tilfeldige tall varierer kontinuerlig) slik at det endelige resultatet vil kunne bli noe ulikt for hver kjøring selv om antall simuleringer er den samme hver gang. Dvs. den beregnede fordelingen av resultatet i form av middelværdi, standardavvik etc. vil bli noe forskjellig fra gang til gang. Dette avviket i resultatene minimeres jo flere kjøring (sett av parametere) som legges til grunn.

Sannsynligheten for overskridelse (brudd kan enkelt settes opp som forholdet mellom antall parametersett som resulterer i overskridelse dividert med det totale antall parametersett (kjøring)).

Nødvendig antall beregninger for å møte et gitt konfidensintervall (se følgende delkapittel) med en gitt relativ prosentvis feil ved estimering av sannsynligheten gis av ligningen;

$$n = \left( \frac{100 d}{E} \right)^2 \frac{1 - p_f}{p_f} \cdot m$$

der  $n$  er minimum antall kjøring (parametersett) i Monte Carlo simuleringen

$P_f$  er sannsynligheten for brudd eller feil

$E$  er relativ prosentfeil ved estimering av sannsynligheten  $P_f$

$m$  er antall tilfeldige variable

$d$  er normalt standardavvik iht. konfidensintervallet;

Konfidensnivå	Standard avvik $d$
80 %	1, 281
90 %	1,645
95 %	1,96
99 %	2,576

#### D.4.5 Konfidensintervall

Konfidensintervall et uttrykk for en feilmargin som gjerne kan benyttes også for resultatet fra en beregning. Et 100%-konfidensintervall strekker seg fra minus uendelig til pluss uendelig. 95 %-konfidensintervall er ofte brukt, signifikansnivået blir da 5 %. Ligger en beregningsverdi utenfor 95 %-konfidensintervallet avviker resultatet *signifikant* fra forventningen.

Ved en normalfordeling vil en gitt andel av verdiene ligge innenfor et bestemt antall standardavvik fra middel. Ved denne fordelingen ligger 95 % av verdiene innenfor et intervall på 1,96 standardavvik på hver side av middelveien (gjennomsnittet). Ved å kjenne til standardavvikets størrelse (også kalt standardfeil) kan en altså regne ut konfidensintervallet.

Det bør derfor ved denne type analyse (Monte Carlo) utføres en evaluering av modellens «konfidens» for å vurdere usikkerheter knyttet til modelloppsettet og resultatet i seg selv.

### D.5 Sensitivitet

#### D.5.1 Generelt

Statisk likevekt inkluderer vurdering av balansen mellom stabiliserende og drivende krefter der sikkerhetsfaktoren fremkommer som forholdet mellom stabiliserende og drivende bidrag. Sikkerhetsfaktoren beregnes tradisjonelt for ett sett av parametere, dvs. en deterministisk analyse der det ikke fremkommer i hvilken grad de ulike parameterne innvirker på resultatet. *Sensitiviteten* av hver enkelt parameter beregnes ikke. Hver parameter har et variasjonsområde som innvirker på det endelige resultatet avhengig av hvilken verdi som «plukkes» ut. En sikkerhetsfaktor beregnet basert på deterministiske tilnærminger vil derfor reelt ha en iboende usikkerhet mht. fortroligheten av det ene resultatet.

En sensitivitetsanalyse inkluderer en rekke beregninger der hver enkelt parameter endres systematisk innenfor dens vurderte og forutsatte variasjonsområde for så etter ulike metoder/metodikker beregne dens innvirkning på det endelige resultatet; sikkerheten. En slik fremgangsmåte bidrar til å øke forståelsen av de ulike parameteres sammensatte innvirkning på det endelige resultatet. En får frem *sensitiviteten* av de ulike parameterne og der tallverdier for sensitivitet kan sammenlignes opp mot hverandre. Metoden gir en indikasjon på hvilken eller hvilke parametere som er «kritiske» mht. sikkerheten og hvilke parametere som er mindre viktige.

Som omtalt i hovedkapittelet skiller vanligvis mellom *lokal* og *global* sensitivitetsanalyse;

En *lokal (første ordens) sensitivitetsanalyse* utføres ved variasjonen av én inputvariabel om en fast verdi, eksempelvis den nominelle verdien, og der de øvrige parametere sette lik en fast verdi; middelveien. Dette er en effektiv metode mht. regnetid men vil nødvendigvis ikke gi nøyaktige



resultater for modeller som oppviser større grad av linearitet. For beregninger basert på MCS ansees metoden å være tilfredsstillende, og enn så lenge analysemodellen er basert på lineære forhold mht. oppførsel.

En *global sensitivitetsanalyse* inkluderer vurdering av usikkerheten i responsen der en eller flere av parameterne varieres samtidig over hele dens/deres variasjonsområde (fordeling). Metoden betraktes å gi riktigere resultater, men genererer vesentlig større omfang av regnetid.

Det er valgt en fremgangsmåte der den faste verdien, middelveidien, ikke endres med et prosent-tall men basert på et prosent-tall av spredningsområdet, dvs. standardavviket. En motsatt øvelse der den faste verdien ble endret med et prosentall ga resultater av sensitiviteten som var veldig nær den valgte metoden basert på variasjon av middelveidien basert på standardavviket.

### D.5.2 «En av gangen» - OAT

En av de enkleste og vanligste fremgangsmåtene for vurdering av sensitivitet knyttet til Monte Carlo Simuleringer etter den såkalte OAT-metoden (One-at-a-time) (eller OFAT; One-factor-at-a-time). Metoden baserer seg på at beregningene for pålitelighetsindeksen  $\beta$  gjentas systematisk etter følgende oppsett to metoder;

#### *Første ordens analyse*

- Variere én input-parameter og beholde de øvrige på de nominelle verdiene
- Gjenta punktet over der neste parameter varieres og første og alle påfølgende verdier settes lik de nominelle verdiene

Metoden er logisk i den forstand at enhver endring i resultatet skyldes den ene parameterens endring. Alle endringer av en parameter beregnes i forhold til en utgangsverdi (senterpunkt). En vil raskt og enkelt kunne få svar på hvilken (eller hvilke) parameter(e) som gir størst utslag på beregningsverdien sett i forhold til når flere parametere endres samtidig. Fremgangsmåten har imidlertid enkelte ulemper da metoden ikke fanger opp mulige interaksjoner mellom parametere, noe som vil kunne avdekkes når, som nevnt, flere parametere varieres samtidig. Det er naturligvis en interaksjon mellom eksempelvis bredde på dammen mht. egenvekt og lastbidraget fra istrykket som er lineær med bredden i forhold til den endelige beregningsverdien.

#### *Global sensitivitetsanalyse*

- Variere én input-parameter systematisk etter en gitt metode (et lite inkrement) og tillate de øvrige å variere innenfor hver av de definerte PDF'er. Dette inkluderer en komplett MCS-gjennomkjøring.
- Gjenta punktet over der neste parameter varieres og første og alle påfølgende parametere varieres innenfor de definerte PDF'er, inklusive en komplett MCS-gjennomkjøring.

Metoden gir en direkte indikasjon i resultatet ved beregning av påliteligheten. Sensiviteten kan så estimeres basert på *partiellderiverte, varians eller lineær regresjon*.

### D.5.3 Behandling av resultater

#### *D.5.3.1 Metode basert på den partialderiverte*

En vanlig fremgangsmåte er å beregne den partialderiverte av resultatet (funksjonen) ( $\partial Y_i / \partial X_i$ ) basert på variasjonen av den aktuelle variable for da å beregne sensitiviteten av  $Y_i$  mht.  $X_i$ .

En dimensjonsløs indeks  $I'$  beregnes som et uttrykk for endringen av sikkerhet (partiellderiverte). Følgende fremgangsmåte benyttes;

Dersom  $y_0$  er resultatet for en beregning basert på den initiale parameteren for  $x$ , foretas en beregning der parameteren  $x$  varieres med  $\pm \Delta x$  slik at  $x_1 = x_0 + \Delta x$  og  $x_2 = x_0 - \Delta x$  ( $x_0$  er den initiale

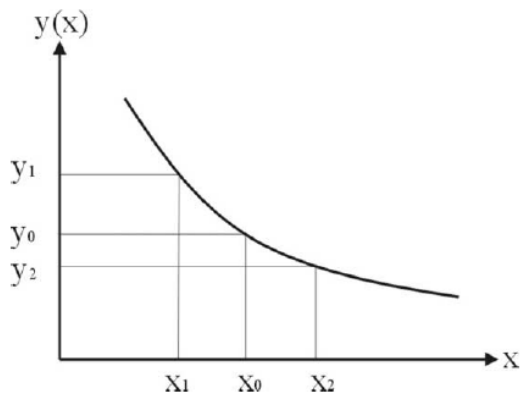
parameteren for  $x$ ). For disse beregningene fremkommer resultatene  $y_1$  og  $y_2$ . Sensitiviteten beregnes som helningen av kurven om punktet  $(x_0, y_0)$  gitt ved den deriverte, se Figur 33 ;

$$I = \frac{(y_1 - y_2)}{2 \Delta X}$$

Den dimensjonsløse indeksen  $I'$  fremkommer ved å dividere teller og nevner med de respektive verdiene  $y_0$  og  $x_0$ ;

$$I' = \frac{(y_1 - y_2) / y_0}{2 \Delta X / x_0}$$

Indeksens fortegn indikerer om parameteren i modellen direkte gir et positivt bidrag (+) til kapasiteten eller om bidraget resulterer i reduksjon (-) i kapasitet (sikkerhet).



Figur 33 Sammenheng mellom resultat ( $y$ ) og endring av parameter ( $x$ )

#### D.5.3.2 Varians

Variansbaserte metoder er en form for probabilistisk tilnærming for å kvantifisere usikkerheter i inputverdier gitt som probabilistiske funksjoner (PDF). Med utgangspunkt i beregningsmetodikken benevnt som OAT kan sensitiviteten beregnes som størrelsen på variansen grunnet den ene variasjonen målt mot den gjennomsnittlige variansen utregnet for hver og en av de øvrige parameterne.

Denne metoden er lagt til grunn for lasttilfellet HRV & is der sensitiviteten for pålitelighetsindeksen  $\beta$  er beregnet og vist i tabell for sammenligning mot beregnet sensitivitet etter metode med partialderiverte.